Physique Générale C

Semestre d'automne (11P090)
Notes du cours basées sur le livre
Physique
de Eugene Hecht, éditions De Boeck

Chapitre 1

Enseignante:
Anna Sfyrla

Assistant(e)s:
Mireille Conrad
Tim Gazdic
Jean-Marie Poumirol
Rebecka Sax
Marco Valente

Bibliographie

[1] Eugene Hecht, Physique, éditions De Boeck.
[2] Eugene Hecht, College Physics, Schaum's outlines.
[3] Randall D. Knight, Physics for Scientists and Engineers, Pearson.
[4] Yakov Perelman, Oh, la Physique!, Dunod.

Table des matières

1

La cinématique: le mouvement rectiligne uniforme (MRU)

Toute matière, sauf sous conditions extrêmes, est constamment en mouvement. La terre tourne sur elle-même et elle se déplace autour du soleil qui se déplace lui-même dans la galaxie; les galaxies s' éloignent les unes des autres; les atomes à l'intérieur des solides se déplacent et se heurtent violemment.

La branche de la physique qui décrit le mouvement s'appelle *cinématique*. Elle définit les observables fondamentales, la vitesse et l'acceleration et développe les relations entre elles sans s'occuper de la cause du mouvement. La cause du mouvement ainsi que les lois qui le gouverne sont donnés par la *dynamique* et on en parlera plus tard.

1.1 Déplacement

Pour décrire un mouvement rectiligne, une seule dimension suffit. Pour décrire un mouvement contraint dans un plan, deux dimensions sont nécessaires. Un mouvement quelconque est une courbe dans l'espace à trois dimensions. On décrit les déplacements en utilisant des vecteurs.

Le déplacement est caractérisé par:

- sa **distance** (son module) d'un point de référence;
- sa **direction** (son angle) depuis un point de référence.

Graphiquement, le vecteur déplacement est une flèche, notée $\vec{s}$. La longueur de la flèche représente la **norme** ou le **module** du vecteur, noté $|\vec{s}|$, ou simplement s. Le vecteur déplacement en fonction du temps, $\vec{s}(t)$ permet de retracer un parcours. Dans un temps Δt, le vecteur $\vec{s}$ aura changé de $\Delta\vec{s} = \vec{s}_{i+1} - \vec{s}_i$, comme montré sur la figure 1.1.

1.2 Vitesse

Plus vite se déplace un corps, plus grande est la distance qu'il parcourt pendant le même intervalle de temps. Si nous disposons de règles graduées pour mesurer les *distances* et d'horloges pour déterminer le *temps*, il nous suffit de lier ces deux quantités fondamentales pour quantifier la vitesse et mesurer la “rapidité”. Si nous considérons la distance parcourue indépendamment de la direction du mouvement, cette quantité correspond à la *vitesse scalaire* ou *module de la vitesse*. Si nous considérons la direction du déplacement, il s'agit du *vecteur vitesse*.

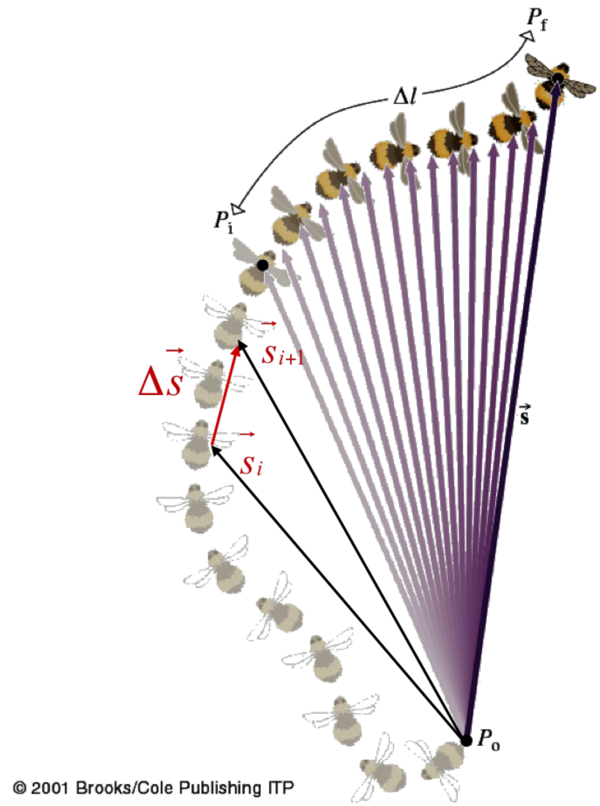


Figure 1.1: Le déplacement final à partir de son lieu d'origine P_0 est le vecteur allant de ce point jusqu'à sa position finale, P_f. *Attention: le déplacement, $\vec{s}$, n'a rien à voir avec sa distance parcourue, l!* Le déplacement $\Delta\vec{s}$ en temps Δt est aussi noté sur l'image.

1.2.1 Vitesse scalaire

Vitesse scalaire moyenne

La vitesse scalaire moyenne est définie comme la distance parcourue divisée par le temps mis pour la parcourir, soit:

$$\text{vitesse scalaire moyenne} = \frac{\text{distance parcourue}}{\text{temps de parcours}} = \frac{l_{\text{final}} - l_{\text{initial}}}{t_{\text{final}} - t_{\text{initial}}} = \frac{\Delta l}{\Delta t}$$

une définition exprimée symboliquement par

$$v_m = \frac{l}{t} \tag{1.1}$$

où v_m est la vitesse scalaire moyenne, l est la longueur du chemin parcouru et t est le temps mis pour le parcourir. L'unité de vitesse est toujours une distance divisée par un temps (kilomètres par heure, mètres par seconde, etc), par exemple:

$$[\text{vitesse}] = \frac{[l]}{[t]} = \text{m/s}$$

Par exemple, une voiture qui parcourt une distance totale de 30 km en 2.0 h a une vitesse scalaire moyenne de 15 km/h. Évidemment, elle a pu s'arrêter quelques minutes puis rouler un peu plus vite et avoir parcouru néanmoins les 30 km en 2.0 h. C'est pour cela que cette quantité est appelée vitesse *moyenne*.

La vitesse scalaire moyenne est indépendante de la forme du parcours, seule la distance totale importe. Elle est aussi indépendante des détails du mouvement: si la vitesse varie pendant le parcours, la moyenne ne varie pas forcément.

Exemple 1.2.1. La Lune décris une orbite approximativement circulaire de rayon moyen $R = 3.84 \times 10^8$ m autour de la Terre. Elle met 27.3 jours pour effectuer une révolution. Déterminez sa vitesse moyenne en m/s.

Solution Données: $R = 3.84 \times 10^8$m et le temps de révolution $t = 27.3$j. À determiner: v_m. En une révolution, la Lune parcourt une distance $l = 2\pi R = (2\pi \cdot 3.84 \times 10^8)$m $= 2.41 \times 10^9$m. Le temps mis pour parcourir l est $t = 27.3$ j $= 27.3$ j $\cdot$ 24 h/j $\cdot$ 60 min/h $\cdot$ 60 s/min $=$ 27.3 j $\cdot$ 86400 s/j $= 2.4 \times 10^6$ s. Alors la vitesse moyenne est $v_m = \frac{l}{t} = \frac{2\pi R}{t} = 1.02 \times 10^3$m/s.

Vitesse scalaire constante

En conduisant une voiture, nous comprenons intuitivement ce qu'est une *vitesse scalaire constante* ou *uniforme*. Une vitesse est constante si la distance l parcourue pour tout intervalle de temps Δt donné est constante:

$$v_{constante} = \frac{\Delta l}{\Delta t}.$$

Si le taux de variation de la distance avec le temps est contante (autrement dit, une vitesse constante), le graphique de la distance en fonction du temps est une ligne droite. La pente de la droite, i.e. le rapport de la variation de la distance à la variation du temps entre deux événements, est égale à la vitesse (figure 1.2).

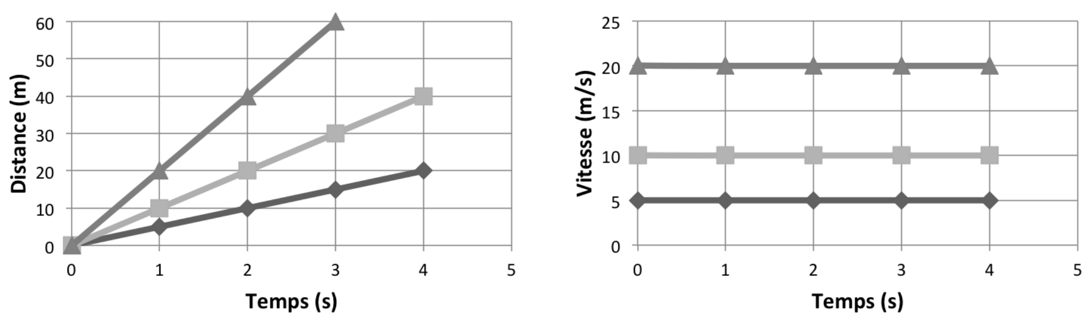


Figure 1.2: Dans le cas d'un objet en mouvement uniforme, le graphique de la distance en fonction du temps est une droite et sa pente est la vitesse scalaire. Plus la vitesse est grande, plus la pente est forte. Le graphique de la vitesse en fonction du temps est une ligne droite parallèle à l'axe du temps. L'aire sous la courbe entre deux instants quelconques est la hauteur (vitesse) multipliée par la longueur (temps) et représente la distance parcourue.

Vitesse scalaire instantanée

Lorsque vous voyagez dans une voiture ou un avion et vous vous posez la question "à quelle vitesse je me déplace MAINTENANT?", il s'agit de la *vitesse instantanée*, exactement à ce moment-là. C'est ce que vous lisez sur l'indicateur de vitesse lorsque vous conduisez une voiture. Mais de quoi s'agit-il exactement?

La vitesse scalaire lorsque l'interval de temps Δt devient infiniment petit est appelée vitesse scalaire instantanée, v. La notion fondamentale ici est que Δl devient aussi infiniment petit, mais le rapport $\Delta l/\Delta t$ s'approche d'une limite finie. Mathématiquement on écrit:

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} [\frac{\Delta l}{\Delta t}]$$

Notons que la limite est déterminé lorsque Δt tend vers zéro, plutôt que lorsque $\Delta t = 0$. Cette subtilité a été la raison pour la quelle Newton a inventé le calcul infinitésimal, introduisant la **dérivée**.

La définition de la vitesse instantanée correspond donc à la définition fondamentale de la dérivée de $l(t)$ par rapport à t:

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} [\frac{\Delta l}{\Delta t}] = \lim_{\Delta t \to 0} [\frac{l(t + \Delta t) - l(t)}{\Delta t}] \equiv \frac{dl}{dt} \tag{1.2}$$

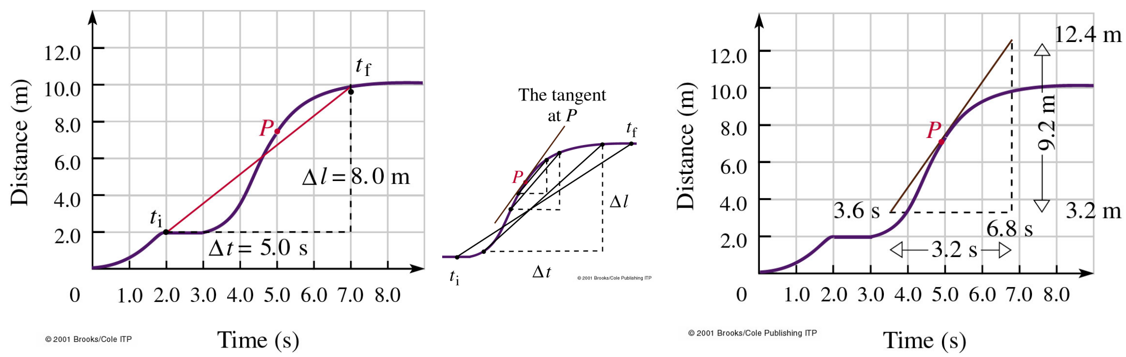


Figure 1.3: En réduisant t, l'intervalle de distance Δl est réduit et la ligne droite entre t_i et t_f s'approche de la tangente à la courbe P. Dans ce cas, t_i et t_f s'approchent tous les deux de $t = 5.0\ s$. Géométriquement, la vitesse est la pente de la tangente à la trajectoire au point P. Cette pente a une valeur spécifique en chaque point.

1.2.2 Vecteur vitesse

Vecteur vitesse moyenne

Nous définissons le **vecteur vitesse moyenne** comme le quotient du vecteur déplacement par le temps de parcours:

$$\vec{v}_m = \frac{\Delta \vec{s}}{\Delta t} = \frac{\vec{s}_f - \vec{s}_i}{t_f - t_i} \tag{1.3}$$

Comme t est un scalaire positif, multiplier $\vec{s}$ par $1/t$ n'affecte pas sa direction; $\vec{v}_m$ est donc parallèle à $\vec{s}$.

Imaginons une voiture de course qui fait un trajet et qui revient au point de départ. Le déplacement moyen sera nul si le point d'arrivée et de départ est le même. Le vecteur vitesse moyenne sera donc nul, quelle que soit sa vitesse scalaire. Le vecteur vitesse moyenne est une notion d'utilité très limitée; mais elle est utile pour définir le vecteur vitesse instantanée.

Vecteur vitesse instantanée

Nous définissons le vecteur vitesse instantanée en un point quelconque comme la limite, lorsque $\Delta t \to 0$, du rapport du vecteur déplacement de l'objet à partir de ce point de départ sur l'intervalle de temps, soit

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} [\frac{\Delta \vec{s}}{\Delta t}] \equiv \frac{d\vec{s}}{dt} \tag{1.4}$$

Ainsi le vecteur vitesse est la dérivée du vecteur déplacement par rapport au temps. En d'autres termes, le vecteur vitesse est le taux de variation du déplacement dans le temps.

Deux choses importantes à noter:

- lorsque la position finale se rapproche de la position initiale (e.g. figure 1.1), le module de $\Delta\vec{s}$, c'est à dire Δs, diminue de Δl. Pour des valeurs extrêmement petites de Δt, les quantités Δs et Δl deviennent égales: le module du vecteur vitesse instantanée $\vec{v}$, est donc égal à la vitesse scalaire instantanée, v.
- lorsque le module du vecteur $\Delta\vec{s}$ diminue avec Δt, le vecteur vitesse est tangent à la trajectoire en tout point de celle-ci et il est dirigé dans le sens du mouvement.

Résumons: le module du vecteur vitesse est la vitesse scalaire et sa direction est toujours tangente à la trajectoire dans l'espace.

1.3 Mouvement rectiligne uniforme

Le mouvement rectiligne peut être décrit par un déplacement scalaire Δx le long d'une droite, d'une position initiale x_{i} à une position finale x_{f}. Les vecteurs déplacement et vitesse sont colinéaires et peuvent être traités algébriquement. Le déplacement est $\Delta x(t) = x(t) - x_{\mathrm{i}}$ et son signe donne le sens du déplacement. La vitesse instantanée est $v = \frac{dx}{dt}$ et pointe dans la direction du déplacement. La vitesse moyenne est $v_m = \frac{x_{\mathrm{f}} - x_{\mathrm{i}}}{t_{\mathrm{f}} - t_{\mathrm{i}}}$ avec le même signe que $\Delta x = x_{\mathrm{f}} - x_{\mathrm{i}}$.

1.4 Mouvement relatif

Considérons une tortue qui se déplace à la vitesse $\vec{v}_{TR}$ le long d'une règle qui elle-même se déplace à la vitesse $\vec{v}_{RE}$ par rapport à la Terre. Un observateur immobile verra la tortue se déplacer de P_o à P_f qui correspond au déplacement de la tortue par rapport à la Terre de

$$\vec{s}_{TE} = \vec{s}_{TR} + \vec{s}_{RE} \tag{1.5}$$

Prendre les dérivées des trois termes de cette équation permet de trouver les vitesses:

$$\vec{v}_{TE} = \vec{v}_{TR} + \vec{v}_{RE} \tag{1.6}$$

Si par exemple la vitesse de la tortue par rapport à la règle est $\vec{v}_{TR} = 0.01$ m/s vers l'est et la vitesse de la règle par rapport à la Terre est $\vec{v}_{RE} = 0.5$ m/s vers l'est, alors $\vec{v}_{TE} = 0.51$ m/s vers l'est aussi.

Supposons maintenant que la tortue se tourne et commence à se déplacer vers l'ouest à une vitesse de 0.01 m/s par rapport à la règle. Dans ce cas, $\vec{v}_{TR}$ et $\vec{v}_{RE}$ sont antiparallèles et la vitesse résultante est la différence entre les vitesses. Soustrayant la petite vitesse de la grande, nous trouvons $\vec{v}_{TE} = 0.49$ m/s vers l'est.

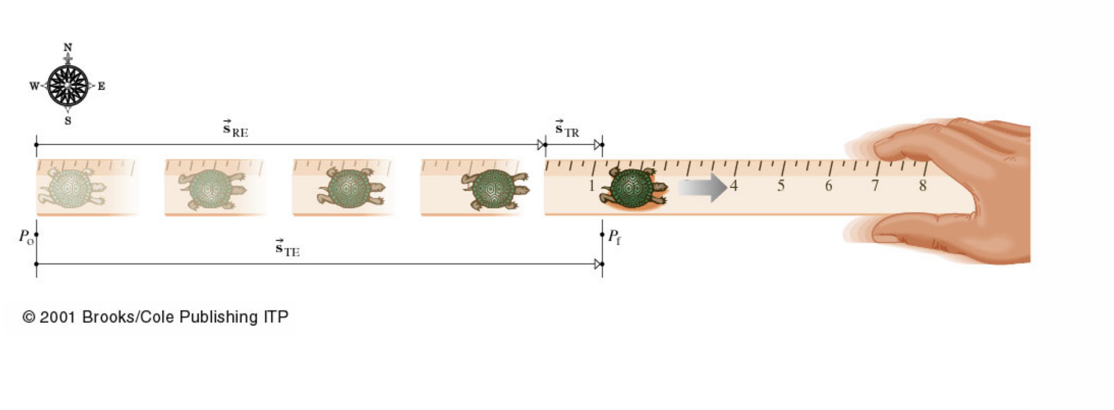


Figure 1.4: Le déplacement d'une tortue le long d'une règle en mouvement. La tortue se déplace vers la droite par rapport à la règle, tandis que la règle se déplace vers la droite par rapport à la Terre. La Terre et la règle forment deux systèmes de références particuliers. On peut décrire le mouvement de la tortue dans chacun de ces référentiels.

Exemple 1.4.1. Dans un train (symbole t) qui se déplace par rapport à la Terre (symbole T) vers l'est à une vitesse $v_{tT} = 10$ km/h, un grand chien (symbole c) se déplace lentement vers la tête du train à une vitesse $v_{ct} = 5$ km/h. Un insecte (symbole i) vole vers l'ouest à une vitesse $v_{ic} = 0.01$ km/h par rapport au chien. Quelle est la vitesse de l'insecte par rapport à la Terre (symbole T, v_{iT})?

Solution En généralisant l'équation 1.6 à la somme de trois vitesses, la vitesse de l'insecte par rapport à la Terre sera:

$$\vec{v}_{iT} = \vec{v}_{ic} + \vec{v}_{ct} + \vec{v}_{tT}$$

(i.e. égale à la somme de la vitesse de l'insecte par rapport au chien, plus du chien par rapport au train, plus du train par rapport à la Terre). L'insecte se dirige vers l'ouest et le train ainsi que le chien vers l'est. Comme les vecteurs parallèles et antiparallèles peuvent être manipulés comme des valeurs algébriques, en considérant les signe justes, i.e. on ajoute les vitesses parallèles et on soustrait les vitesses antiparallèles. La vitesse sera alors $\vec{v}_{iT} =$ -0.01 km/h + 5 km/h + 10 km/h vers l'est, ce qui donne $\vec{v}_{iT} = 14.99$ km/h vers l'est. ◀

La situation peut sembler plus compliquée quand le mouvement du système de référence et celle de l'objet ne se déroulent pas en une dimension mais deux. Considérons, par exemple, deux joueurs de football qui courent dans le terrain, comme démontré dans la figure 1.5. Dans le premier cas, nous n'avons même pas besoin de considerer des vecteurs pour trouver la vitesse relative entre les deux joueurs. Dans le deuxième cas, le théorème de Pythagore appliqué au triangle de cotés v_A et $-v_B$ nous donne une hypoténuse v_{AB} qui correspond à la vitesse du joueur A par rapport au joueur B. Le troisième cas est une situation généralisée. En utilisant la décomposition des vecteurs aux axes x et y, le problème se simplifie. Pour ce troisième cas, nous avons en detail: La décomposition du vecteur de vitesse v_A est:

$$v_{Ax} = v_A \cos\theta \quad \text{et} \quad v_{Ay} = v_A \sin\theta$$

et celui du v_B:

$$v_{Bx} = v_A \cos\phi \quad \text{et} \quad v_{By} = v_A \sin\phi$$

La vitesse de A par rapport au B sera donnée par la relation $\vec{v}_{AB} = \vec{v}_{AT} + \vec{v}_{TB}$ (équation 1.6), où le symbole T indique la Terre ou en général un système de référence immobile. En renversant l'ordre des indices, on renverse le sens du vecteur, donc $\vec{v}_{TB} = -\vec{v}_{BT}$, alors $\vec{v}_{AB} = \vec{v}_{AT} - \vec{v}_{BT}$, que nous pouvons écrire simplement $\vec{v}_{AB} = \vec{v}_A - \vec{v}_B$. En deux dimensions, nous avons:

$$v_{ABx} = v_{Ax} - v_{Bx} \quad \text{et} \quad v_{ABy} = v_{Ay} - v_{By} \tag{1.7}$$

Pour construire le vecteur v_{AB} nous utilisons le théorème de Pythagore et nous obtenons:

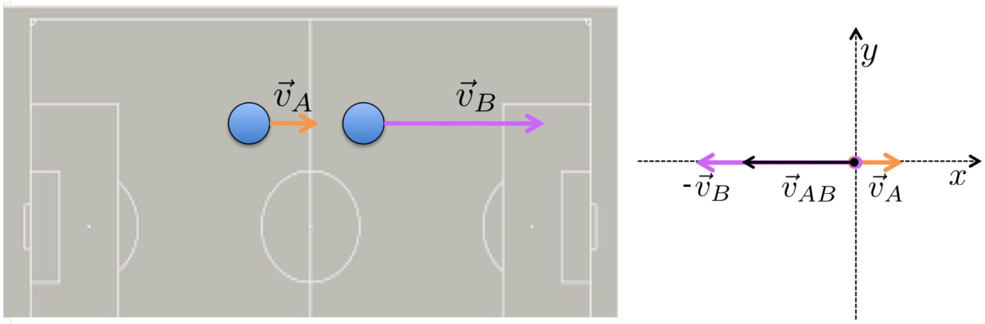
$$v_{AB} = \sqrt{v_{ABx}^2 + v_{ABy}^2} \quad \text{et sa direction} \quad \omega = tan^{-1}\frac{|v_{ABy}|}{|v_{ABx}|} \tag{1.8}$$

Pour simplifier le formalisme mathématique, nous pouvons écrire tout ça en forme de vecteurs:

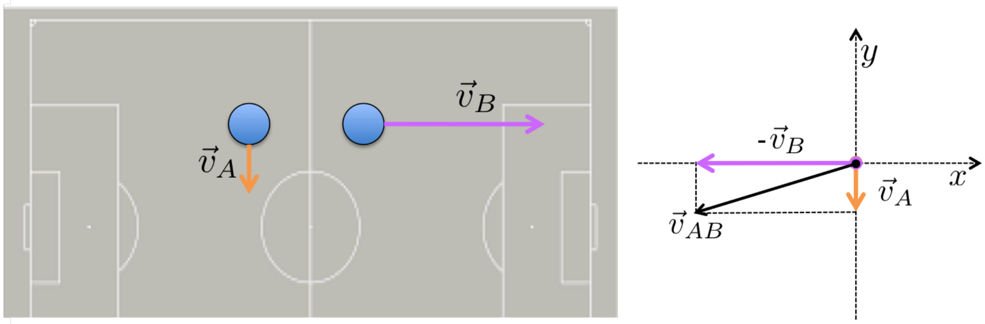
$$\vec{v}_A = \begin{pmatrix} v_{Ax} \\ v_{Ay} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_A \cos\theta \\ v_A \sin\theta \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \vec{v}_B = \begin{pmatrix} v_{Bx} \\ v_{By} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_B \cos\phi \\ v_B \sin\phi \end{pmatrix}$$

et donc v_{AB} devient, similaire à l'équation 1.7:

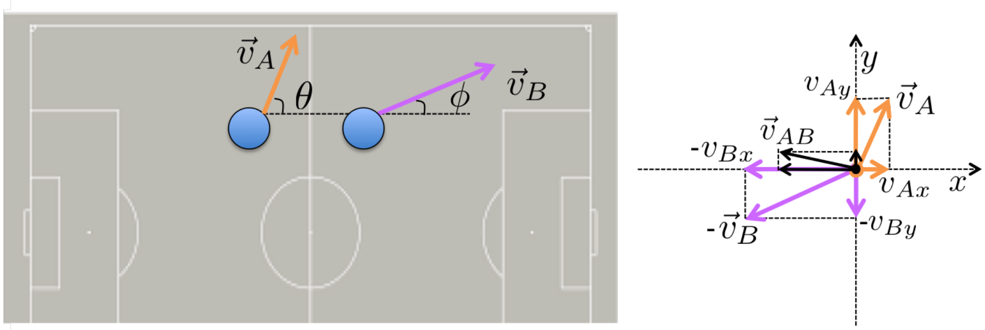
$$v_{AB} = \vec{v}_A - \vec{v}_B = \begin{pmatrix} v_{Ax} \\ v_{Ay} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} v_{Bx} \\ v_{By} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_{Ax} - v_{Bx} \\ v_{Ay} - v_{By} \end{pmatrix} \tag{1.9}$$



$$v_{AB} = v_{AT} + v_{TB} = v_{AT} - v_{BT} = v_A - v_B$$



$$\vec{v}_{AB} = \vec{v}_{AT} + \vec{v}_{TB} = \vec{v}_{AT} - \vec{v}_{BT} = \vec{v}_A - \vec{v}_B$$

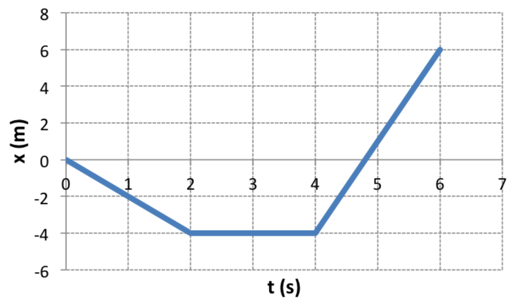


$$\vec{v}_{AB} = \vec{v}_{AT} + \vec{v}_{TB} = \vec{v}_{AT} - \vec{v}_{BT} = \vec{v}_A - \vec{v}_B$$

Figure 1.5: Mouvement relatif de deux joueurs de football, dans trois cas. Les details sur comment estimer la vitesse relative sont données dans le texte.

Exercices

Exercice 1.1. La figure à coté montre le graphe de la position en fonction du temps d'une voiture.



(a) Dessiner la vitesse en fonction du temps de cette voiture.
(b) Décrire le mouvement.

Exercice 1.2. La position d'un objet est donnée par la fonction $x(t) = (-t^3 + 3t)$ m, où t est en s.
(a) Quelles sont la position et la vitesse de l'objet à $t = 2$ s?
(b) Dessiner les graphes de x et v_x dans l'interval de temps -3 s $\leq t \leq 3$ s.
(c) Décrire le mouvement de l'objet.