Physique Générale C

Semestre d'automne (11P090)
Notes du cours basées sur le livre
Physique
de Eugene Hecht, éditions De Boeck

Chapitre 6

Enseignante:
Anna Sfyrla

Assistant(e)s:
Mireille Conrad
Tim Gazdic
Jean-Marie Poumirol
Rebecka Sax
Marco Valente

Bibliographie
[1] Eugene Hecht, Physique, éditions De Boeck.
[2] Eugene Hecht, College Physics, Schaum's outlines.
[3] Randall D. Knight, Physics for Scientists and Engineers, Pearson.
[4] Yakov Perelman, Oh, la Physique!, Dunod.

Table des matières

6

Le mouvement curviligne

Le problème central de l'ouvrage de Newton *Principia* était "comment les planètes se déplacent-elles"? Au coeur de la synthèse newtonienne est le concept de force gravitationnelle qui maintient les planètes sur leur orbites curvilignes. Dans le mouvement curviligne la vitesse change continuellement son vecteur même si son module reste le même. Ce mouvement de translation est étudié dans ce chapitre. Nous discuterons la gravité selon Newton, ainsi que le mouvement de rotation dans la suite.

6.1 Accélération centripète

Faites tourner une balle attachée à un fil en formant un cercle. En tournant, son vecteur vitesse change continuellement, même si son module reste constant; parce que la direction de $\vec{v}$ change nécessairement. Ceci veut dire qu'il y a une accélération et, selon la deuxième loi de Newton, une force causant cette accélération. La main tire le fil vers le centre du mouvement, et le fil tire continuellement la balle pour l'éloigner de sa trajectoire rectiligne inertielle et la maintenir sur une trajectoire curviligne. *Une force continuellement dirigée vers un centre, c'est-à-dire une* **force centripète***, doit être appliquée si l'objet doit se déplacer sur une trajectoire courbée.* Si on supprime la force centripète, le mouvement devient instantanément un mouvement rectiligne uniforme tangent à la courbe (d'après le principe d'inertie) et non un mouvement radial vers l'extérieur.

Nous pouvons établir une expression pour l'**accélération centripète**, a_c, pour un objet qui se déplace **uniformément** sur un cercle (figure 6.1).

Le corps se déplace de A à B pendant un intervalle de temps Δt et, en même temps, le rayon r balaie un angle θ. Le déplacement Δs est égal à $\Delta s = r\ \theta$.

Considérons dans la suite un temps infinitésimal dt pendant lequel le corps se déplace de ds et d'un angle $d\theta$:

$$ds = r\ d\theta \tag{6.1}$$

Le module de la vitesse, qui est constant par rapport au temps, sera donné par:

$$v = \frac{ds}{dt} = \frac{r\ d\theta}{dt} = r\ \frac{d\theta}{dt} \equiv r\ \omega \tag{6.2}$$

où ω correspond à la vitesse angulaire, $\omega = \frac{d\theta}{dt}$. Même si le module de la vitesse est constant par rapport au temps, le vecteur vitesse change continuellement. Dans un temps

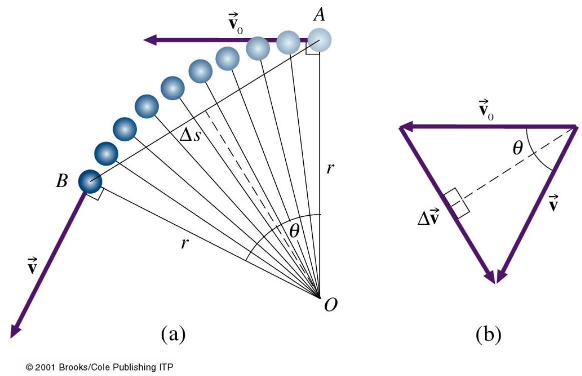

Figure 6.1: Géométrie du mouvement circulaire. Dans cette simple représentation, la vitesse est constante.

dt la vitesse change par (figure 6.1b):

$$dv = |d\vec{v}| = v\ d\theta \tag{6.3}$$

L'accélération centripète aura donc un module

$$a_c = \frac{|d\vec{v}|}{dt} = v\ \frac{d\theta}{dt} \tag{6.4}$$

et puisque $v = r\frac{d\theta}{dt}$ (équation 6.2) on déduit:

$$a_c = \frac{v^2}{r} = r\ \omega^2 \tag{6.5}$$

La direction de $\vec{a}_c$ est la même que la direction de $\Delta\vec{v}$ quand $\Delta t \to 0$. Nous pouvons montrer *graphiquement* que $\Delta\vec{v}$ est dirigé vers l'intérieur, perpendiculairement à $\Delta\vec{s}$ (voir figure 6.1b). Selon la deuxième loi de Newton, l'accélération est due à l'application d'une force, qu'on a appelé force centripète et qui est dirigée vers le centre de la courbe; l'accélération aura donc la même direction.

Le résultat pour l'accélération centripète (équation 6.5) s'applique aussi aux parcours qui ne sont pas strictement circulaires, à condition d'assimiler la trajectoire à une suite de petits arcs de cercles, dont le rayon varie en fonction du temps. A chaque instant t, correspond un rayon de courbure $r(t)$ de la trajectoire et une accélération centripète instantanée,

$$a_c(t) = \frac{v^2(t)}{r(t)} \tag{6.6}$$

6.2 Force centripète

Un corps de masse m accéléré doit subir une force de magnitude $F = ma$. Tout objet qui décrit un cercle est soumis à une force ($F_c = ma_c$) dirigée vers le centre du cercle.

$$F_c = ma_c = \frac{m\ v^2}{r} \tag{6.7}$$

Cette force courbe la trajectoire d'un corps qui autrement serait rectiligne selon le principe d'inertie. Plus le rayon r est petit, plus cette force est grande pour une vitesse donnée.

La force centripète est la force dirigée vers le centre d'une trajectoire circulaire; c'est la force qui génère cette trajectoire circulaire. Par exemple, dans le cas de la Lune en révolution autour de la Terre, la force centripète est l'interaction gravitationnelle; dans le cas d'une balle tournante au bout d'une corde, F_c est la tension de la corde; pour une voiture en virage sur une route horizontale, F_c est le frottement des pneus; et pour un train en virage dans des rails, F_c est la réaction des rails. *La force centripète n'est pas une nouvelle interaction*, elle est simplement le nom donné à toute force dirigée vers le centre du mouvement.

Exemple 6.2.1. Un scarabée s'est posé sur le bord d'un disque vinyle de 30.5 cm de diamètre. Quelle est l'accélération centripète de cet insecte quand le disque tourne à 33.33 tours par minute? Est-ce compatible avec une force de frottement et un coefficient de frottement de $\mu_f = 0.5$?

Solution Données: $r = 0.152$ m et une vitesse de rotation de 33.33 t/m. À determiner: a_c.
L'accélération centripète pour un corps circulant à la vitesse v sur un cercle de rayon r est:

$$a_c = \frac{v^2}{r}$$

La vitesse, dont le module est constant, peut-être obtenue à partir de la distance parcourue en une minute, $\Delta s = 2\pi r \cdot 33.33 = 31.9$ m, divisée par le laps de temps, $\Delta t = 60$ s. La vitesse vaut:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{31.9 \text{ m}}{60 \text{ s}} = 0.532 \text{ m/s}$$

L'accélération centripète vaut:

$$a_c = \frac{v^2}{r} = \frac{(0.532 \text{ m/s})^2}{0.152 \text{ m}} = 1.9 \text{ m/s}^2$$

La force centripète est $F_c = ma_c$. La force exercée par le disque sur le scarabée est une force de frottement. La force de frottement est $F_f = \mu_f \ F_W = \mu_f \ mg$. Si $F_f \geq F_c \Rightarrow \mu_f \ g \geq a_c$, le scarabée tient sur le disque. Si par contre, $F_f < F_c \Rightarrow \mu_f \ g < a_c$, le scarabée glisse. Dans notre example, $\mu_f = 0.5$ donc pour $g = 10$ m/s^2 et alors $F_c < F_f$: le scarabée tient sur le disque.

Le scarabée de l'exemple dessus, qui est à l'arrêt dans son propre référentiel, ressent la force centripète plus une force égale et opposée qui résulte du changement de référentiel non-Galiléen ressentie comme une force qui le tire vers l'extérieur, et qui l'empêche de 'tomber' vers le centre du disque: c'est la **force centrifuge**.

6.3 Virages relevés

Relever un virage permet de substituer le frottement par la composante horizontale de la force normale à la piste, comme la force qui fournit la force centripète du mouvement. La

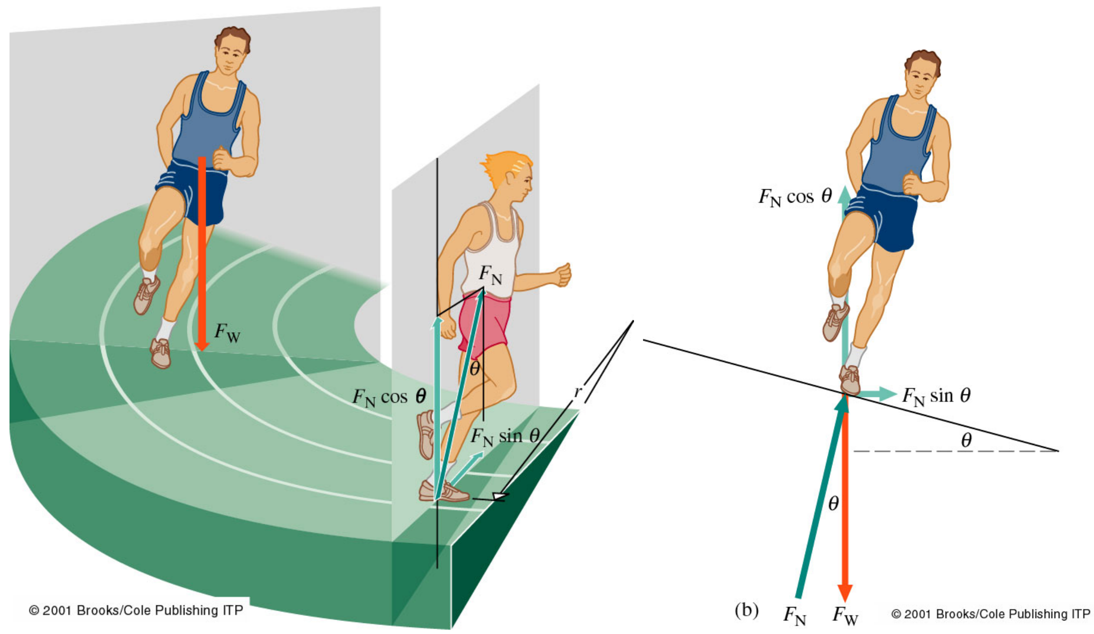

Figure 6.2: Coureur sur un virage relevé. La réaction normale F_N est toujours perpendiculaire à la route; tandis que le poids F_W est vertical vers le bas. La force normale a une composante radiale ou horizontale, $F_N \sin\theta$, qui peut être rendue égale à F_c.

figure 6.2 montre la réaction normale F_N (perpendiculaire à la piste relevée) agissant sur un coureur.

Elle peut être décomposée en une composante verticale (F_V, contrebalançant le poids) et une composante horizontale (F_H, fournissant la force centripète). L'accélération verticale étant nulle, la deuxième loi de Newton donne:

$$\sum F_V = F_N \cos\theta - F_W = 0 \Rightarrow F_N \cos\theta = F_W = mg$$

Il existe une accélération horizontale (qui correspond à l'accélération centripète):

$$\sum F_H = F_N \sin\theta = ma_c = \frac{mv^2}{r}$$

En combinant les deux équations nous pouvons déterminer une relation entre l'angle θ et la vitesse v:

$$\frac{F_N \sin\theta}{F_N \cos\theta} = \frac{mv^2/r}{mg}$$

ce qui donne:

$$\tan\theta = \frac{v^2}{gr} \tag{6.8}$$

Cette expression donne l'angle dont il faut relever la piste pour une vitesse donnée. Cet angle ne dépend que de la vitesse et du rayon de courbure. Il est donc valable pour n'importe quel objet, indépendamment de sa masse m.

Exemple 6.3.1. Une piste circulaire de 20 m de rayon doit être relevée d'un angle θ adapté à une course de vitesse proche de 24 km/h. Calculer θ.

Solution Données: $r = 20$ m et $v = 24$ km/h. À déterminer: θ.
La vitesse est: $v = 24 \times 10^3$ m/3600 s = 6.67 m/s Utilisant l'equation 6.8, nous déterminons θ:

$$\tan\theta = \frac{v^2}{gr} = \frac{(6.67\ m/s)^2}{(9.81\ m/s^2)(20\ m)} = 0.227 \Rightarrow \theta = 12.8^o$$

6.4 Pesanteur artificielle

Imaginons une grenouille placée au fond d'un seau qu'on fait tourner dans un plan horizontal avec une vitesse v (figure 6.3). Le fond du seau contraint la grenouille à une trajectoire circulaire. Il exerce une force centripète dirigée vers le centre du cercle. Cette force est toujours normale à la trajectoire et ne change donc pas le module de la vitesse, mais uniquement sa direction. La gravitation est compensée par le frottement entre la grenouille et le fond du seau. La grenouille exerce sur le fond du seau une force normale dirigée vers l'extérieur.

Supposons qu'on fasse la même chose dans l'espace, en apesanteur. Il est possible d'ajuster le rayon et la vitesse tel que $a_c = \frac{v^2}{r} = 9.81$ m/s^2. La grenouille astronaute exercerait alors sur le fond du seau la même force que si elle était sur Terre. C'est un moyen de générer une pesanteur artificielle dans l'espace.

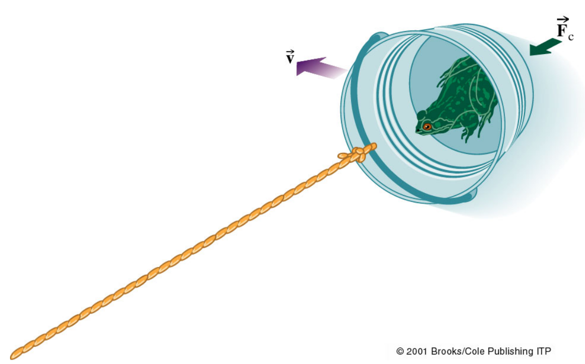

Figure 6.3: Une grenouille placée dans un seau en rotation sur un cercle, dans un plan horizontal. Le fond du seau exerce une force normale qui est la force centripète.

Il est intéressant de voir ce qui se passe si on fait tourner le seau dans un plan vertical. Dans ce cas, la gravité et la tension de la corde agissent toutes les deux, parfois l'une avec l'autre et parfois l'une contre l'autre, pour fournir la force centripète: $F_c = F_T - F_W \cos\theta$, où θ est l'angle de la corde avec laquelle on tient le seau par rapport à la verticale descendante. Comme $F_c = ma_c$, on prend:

$$a_c = \frac{F_T - mg\cos\theta}{m} = \frac{v^2}{r}$$

Résolvant pour la tension:

$$F_T = m(\frac{v^2}{r} + g\cos\theta)$$

Au plus bas du cercle, où $\theta = 0$: $F_T = m(\frac{v^2}{r} + g)$.
Au sommet du cercle, où $\theta = 180^o$: $F_T = m(\frac{v^2}{r} - g)$.

Si vous faites cette expérience avec un seau plein d'eau, prenez vos précautions pour que $v > \sqrt{rg}$ au sommet ($\theta = 180^o$), sinon vous risquez de vous faire arroser.

Exercices

Exercice 6.1. Considérez $x = r \ \cos\theta$ et $y = r \ \sin\theta$, et que $\omega = \frac{d\theta}{dt} = constante$. Montrez que pour le mouvement curviligne uniforme, $\vec{a_c} = -\omega^2\vec{r}$. Que montre le signe négatif?

Exercice 6.2. Imaginons une station spatiale de forme cylindrique de diamètre 1500 m. Elle doit pivoter autour de son axe central de symétrie pour créer une pesanteur artificielle 1.0 g à la périphérie de la station. (a) Calculer la vitesse de rotation nécessaire. (b) Comment varie "g" avec l'altitude à partir du plancher (qui est la face intérieure courbée du cylindre)?