Physique Générale C

Semestre d'automne (11P090)
Notes du cours basées sur le livre
Physique
de Eugene Hecht, éditions De Boeck

Chapitre 14

Enseignante:
Anna Sfyrla

Assistant(e)s:
Mireille Conrad
Tim Gazdic
Jean-Marie Poumirol
Rebecka Sax
Marco Valente

Bibliographie

[1] Eugene Hecht, Physique, éditions De Boeck.
[2] Eugene Hecht, College Physics, Schaum's outlines.
[3] Randall D. Knight, Physics for Scientists and Engineers, Pearson.
[4] Yakov Perelman, Oh, la Physique!, Dunod.

Table des matières

14

Les fluides; hydrostatique

Nous allons regrouper l'étude des **liquides** et **gaz**, car tous deux sont des substances qui peuvent s'écouler et se conforment aux limites données par le récipient. On les regroupe sous le terme de **fluides**.

L'application des principes de la mécanique newtonienne aux fluides permet de décrire les phénomènes régissant leur comportement. Nous traiterons d'abord les fluides parfaits, c'est-à-dire incompressibles et non-visqueux (l'eau peut être considérée comme telle), puis les fluides réels.

Nous allons étudier des concepts de base de la **statique** et de la **dynamique** des fluides.

14.1 Pression hydrostatique

Au lieu de forces ponctuelles, nous considérons des forces qui agissent sur une surface étendue. La pression P est la manifestation d'une force répartie sur une surface et qui agit perpendiculairement à cette surface.

Elle est définie comme le quotient de la force par la surface :

$$P = \frac{F_\perp}{A}$$

Les unités SI de P sont [N/m^2] ou pascal [Pa]:

$$1 \text{ N/m}^2 = 1 \text{ Pa}$$

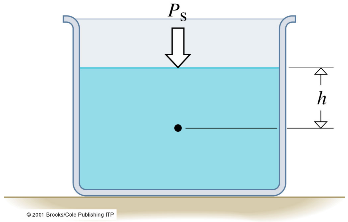
Le bar, multiple du pascal, est une unité de pression courante: 10^5 Pa = 1 bar = 1000 mbar.[1] La pression est une grandeur *scalaire*, ce n'est pas un vecteur: en chaque point, elle a une valeur, mais pas de direction.

Considérons un récipient contenant un liquide au repos (une tasse de thé ou un tonneau de vin, par exemple). Le fluide exerce une force de pression vers l'extérieur sur la base et les parois latérales du récipient: c'est cette force de pression qui fait couler le liquide si le récipient a un trou latéral ou au fond. Les parois du récipient réagissent avec une contre-force. La pression est la même dans toutes les directions en un point précis. La force F exercée par un fluide au repos sur toute surface rigide est toujours perpendiculaire à cette surface (cette force est un vecteur, pas la pression). Il ne peut pas en être autrement: le

[1] Le mot *bar* provient du grec: $\beta\alpha\rho o\varsigma$ (baros) qui signifie poids.

fluide n'a aucune rigidité et quand il est au repos ne peut exercer sur une surface qu'une force normale.

La pression hydrostatique est une conséquence de la pesanteur. Elle correspond au poids de la colonne de fluide au-dessus d'une surface A donnée.



Considérons maintenant un réservoir ouvert, avec un timbre-poste d'aire A immergé parallèlement à la surface d'un liquide de masse volumique ρ à une profondeur h. La face supérieure du timbre est soumise, de la part du liquide, à une force normale vers le bas égale au poids d'une colonne de fluide de volume $V = Ah$, de masse $m = \rho Ah$ et d'un poids $F_W = mg = \rho Ahg$ au dessus du timbre.

Cette colonne exerce une pression:

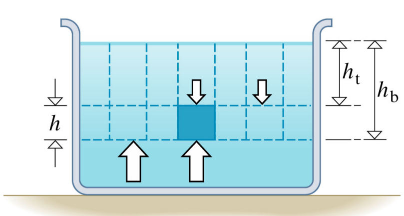
$$P = \frac{F_\perp}{A} = \frac{F_W}{A} = \frac{\rho Ahg}{A} = \rho hg$$

La pression P due au liquide seulement est proportionnelle à la profondeur h et à la masse volumique du fluide ρ.

Exemple 14.1.1. Quelle est la pression (due seulement à l'eau) subie par un nageur à 20 m au-dessous de la surface de l'océan? Pour l'eau de la mer, $\rho = 1.025 \times 10^3$ kg/m^3.

Solution Données: h=20 m, $\rho = 1.025 \times 10^3$ kg/m^3. À trouver P. Nous trouvons $P = \rho gh = 2 \times 10^5$ Pa. C'est environ deux fois la pression atmosphérique, soit, approximativement, la pression dans les pneus de la voiture. Pour obtenir la pression réelle, il faut ajouter la pression atmosphérique à la surface de l'eau.

14.2 Variation de la pression avec la profondeur



Prenons un élément de volume dV de petite hauteur dh immergé à une profondeur h dans un fluide, ayant une surface d'aire A. P est la pression qui agit sur la face supérieure et $P + dP$ celle sur la face inférieure. La pression du fluide sur le volume exerce une force $F = PA$ vers le bas et une force $F = (P + dP)A$ vers le haut. La seule autre force qui agit sur dV est la force de gravitation, dF_W, qui correspond au poids de l'élément de volume:

$$dF_W = dm\ g = \rho dV\ g = \rho Adh\ g = \rho gAdh$$

où ρ est la masse volumique du fluide à la profondeur h. Si le volume choisi est en équilibre: $\sum \vec{F} = 0$, on obtient:

$$PA - (P + dP)A + \rho gAdh = 0 \Rightarrow \frac{dP}{dh} = +\rho g \qquad (14.1)$$

Le signe positif indique que la pression augmente avec la profondeur h.

Cas: ρ constant

Les fluides incompressibles sont caractérisés par ρ constant, i.e. le nombre d'atomes par unité de volume est constant. L'équation 14.1 devient donc

$$\frac{dP}{dh} = \rho g \Rightarrow dP = \rho g \; dh \Rightarrow \int_{P_b}^{P_t} = \rho g \int_{h_b}^{h_t} dh \Rightarrow P_t - P_b = \rho g(h_t - h_b) \Rightarrow$$

$$P_b = P_t + \rho g(h_b - h_t)$$

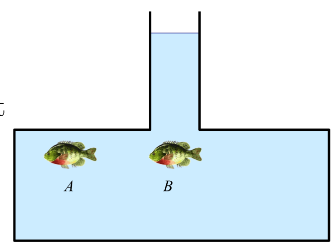
Cette équation dit que si la surface du liquide est soumise à une pression extérieure P_t, celle-ci doit être ajoutée à la pression du fluide $\rho g h_b$. Si P_t désigne la pression atmosphérique P_{atm} et P la pression à la profondeur h:

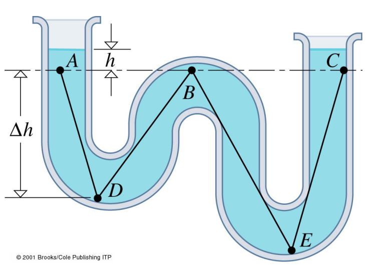
$$P = \rho g h + P_{atm}$$

P est appelée *pression absolue*, h mesure la profondeur depuis la surface. La pression $P - P_{atm}$ est appelée pression de jauge ou pression manométrique.

Question pour réfléchir.

Imaginez le récipient à coté. Est-ce qu'un poisson ressent une pression différente en B comparé à la pression en A?



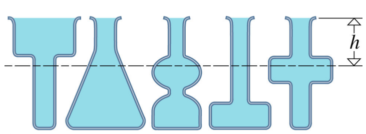


La pression est la même en tout point situé à une même profondeur h d'un fluide donné au repos. Par exemple, considérons le récipient à coté. On aura:

$P_A = P_{atm} + \rho g h$; $P_D = P_A + \rho g \Delta h$; $P_B = P_D - \rho g \Delta h = P_A$

Et donc:

$$P_A = P_B = P_C = P_{atm} + \rho g h \qquad \text{et} \qquad P_A < P_D < P_E$$



La pression à une profondeur donnée est indépendante de la forme du récipient. Elle de dépend que de la masse volumique du liquide ρ et de la profondeur h. NB: h est mesuré parallèlement à la direction de la pesanteur.

Cas: ρ non constant

On veut déterminer la variation de pression de l'atmosphère terrestre en fonction de la hauteur y mesuré au-dessus du niveau de la mer avec les hypothèses que g est constant et que la masse volumique de l'air est proportionnelle à la pression, soit $\frac{\rho}{\rho_0} = \frac{P}{P_0}$, où les indices 0 indiques le niveau de la mer.

Sachant que la pression diminue avec la hauteur au-dessus de la mer, on peut écrire l'équation 14.1 comme:

$$\frac{dP}{dy} = -\rho g$$

Cela donne:

$$\frac{dP}{dy} = -P(\frac{\rho_0}{P_0})g \Rightarrow \frac{dP}{P} = -(\frac{\rho_0}{P_0})gdy \Rightarrow \int_{P_0}^{P} \frac{dP}{P} = -(\frac{\rho_0}{P_0})g \int_0^y dy \Rightarrow$$

$$\ln \frac{P}{P_0} = -(\frac{\rho_0}{P_0})gy \Rightarrow P = P_0 \; e^{-(\rho_0 g/P_0)y}$$

ce qui montre que *la pression décroit exponentiellement avec l'altitude.*

Exemple 14.2.1. A quelle altitude la pression de l'air équivaut-elle à la moitié de sa valeur au niveau de la mer? La pression au niveau de la mer est $P_0 = 1.013 \times 10^5$ N/m^2, la masse volumique de l'air au niveau de la mer, $\rho_0 = 1.29$ kg/m^3 et $g = 9.81$ m/s^2.

Solution On cherche la hauteur y pour la quelle $P = P_0/2$, sachant que $P = P_0 \; e^{-(\rho_0 g/P_0)y}$. D'après les valeurs de l'énoncé, la quantité $\rho_0 g/P_0$ vaut 1.25×10^{-4} m^{-1}. Ainsi:

$$1/2 = e^{-(1.25\times 10{-4}\ \mathrm{m}^{-1})\mathrm{y}} \Rightarrow y = (\ln 2.00)/(1.25 \times 10^{-4}\ \mathrm{m}^{-1}) = 5500\ \mathrm{m}$$

Il faut monter à 5500 m pour trouver une pression atmosphérique diminuée de moitié.

14.3 Pression atmosphérique

Le baromètre

Un énorme problème a longtemps tourmenté les communautés minières européennes du XVII siècle: par un étrange mystère, il était impossible de pomper les eaux d'infiltration profondes de plus de 10 mètres, même avec les pompes les plus puissantes de l'époque. On consulta Galilée, en Italie, au sujet de ce phénomène étrange. Ce n'est qu'après la mort de Galilée que son assistant, Torricelli, fut capable de reconnaître que les forces à vaincre pour pomper un liquide à 10 m de profondeur dépendaient non seulement de la hauteur mais de la densité de liquide. Il eut alors l'idée de remplacer l'eau par du mercure liquide 13.6 fois plus dense.

Torricelli scella adroitement l'une des extrémités d'un tube en verre de 2 m de long, le remplit de mercure, boucha avec son doigt l'autre bout du tube, le retourna, le plongea dans une cuve pleine de mercure et retira alors son doigt (figure 14.1). Au debut, du mercure coula du tube dans la cuve mais s'arrêta lorsque le niveau du mercure dans le tube fut environ 76 cm plus haut que celui dans la cuve, laissant le haut du tube apparement vide.

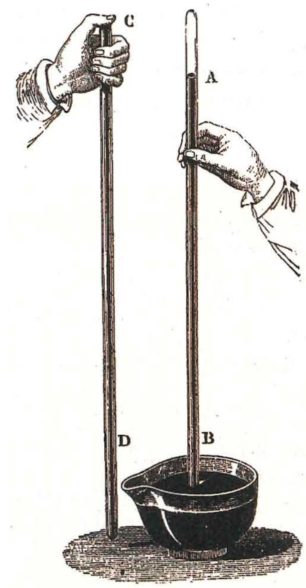


Figure 14.1: L'atmosphère, exerçant une force vers le bas sur la surface libre du mercure peut soutenir 76 cm de mercure dans la colonne. Le tube est d'abord rempli, puis renversé dans un bol de mercure. La colonne descend, laissant un vide partiel dans l'espace au-dessus.

La hauteur du mercure dans le tube apparaît donc à l'évidence comme une mesure directe de la **pression atmosphérique**. Torricelli a construit ainsi le premier *baromète* à mercure. "*Nous vivons immergés au fond d'un océan d'air*", observa-t-il. Environ 5×10^{18} kg d'air pèsent sur la surface de la planète, produisant au niveau de la mer une pression atmosphérique moyenne P_A de 1.01324×10^5 N/m^2, ou, en unités SI, 1.01324×10^5 Pa, ce qui correspond à une "*atmosphère*" (atm). L'atmosphère standard ou pression atmosphérique normale est la pression que produit à 0^oC une colonne de mercure d'exactement 760 mm. L'unité dite: *millimètre de mercure*, appelée aussi *torr*, en hommage à Torricelli, est surtout utilisée par les médecins et les spécialistes de l'ultra-vide. Les mécaniciens utilisent le *bar*, valant 10^5 Pa. Les météorologues et marins utilisent le *millibar* (10^2 Pa, soit 1 *hectopascal*, unité des bulletins météo: la pression atmosphérique normale est 10.13 millibars ou hectopascals).

Question pour réfléchir. L'air humide est moins dense que l'air sec $\rho_{vap} < \rho_{air}$. C'est la baisse ou la hausse du baromètre qui annonce en général de la pluie?

Le manomètre

Le manomètre est une appareil de mesure de pression. Il mesure une différence de pression entre la pression recherchée (la pression réelle, ou pression absolue P) et la pression atmosphérique P_A. On appelle parfois cette surpression *pression manométrique* (P_M) ou pression relative.Ces deux pressions sont liées par la relation:

$$P = P_A + P_M$$

Pour que le fluide de perfusion de la figure 14.2 coule dans la veine du patient, il faut que la pression manométrique de la poche plastique (égale à ρgh) excède celle du sang dans la veine (environ 2 kPa ou 15 mm Hg). La poche doit donc être placée à une hauteur h d'au moins 20 cm au-dessus de l'aiguille.

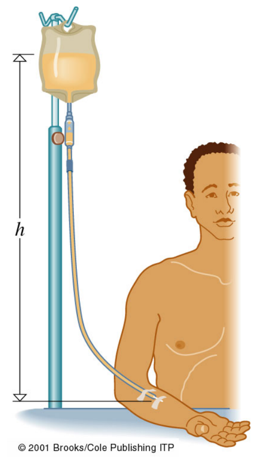


Figure 14.2: La pression manométrique du liquide au niveau de l'aiguille de la perfusion est $P_M = \rho g h$ où ρ est la masse volumique du fluide injecté.

14.4 Principe de Pascal

Vers 1651, Pascal écrivit un ouvrage qui contenait le premier énoncé précis de ce qui sera connu comme le **Principe de Pascal:** Une pression externe appliquée à un fluide confiné à l'intérieur d'un récipient fermé est transmise intégralement à travers tout le fluide. Quand une pression est exercée sur une certaine région d'un liquide confiné (comme, par exemple, en poussant un piston sur un liquide dans un cylindre), le fluide se comprime légèrement et la pression augmente uniformément partout dans le liquide. Ce processus est assez différent de la pression interne générée par la pesanteur et existerait même dans un liquide en apesanteur. La seringue de Pascal (figure 14.3) et le pulvérisateur aérosol (figure 14.4) sont des illustrations de ce principe.

Figure 14.3: La seringue de Pascal est une bouteille percée de trous et fermée par un piston. Quand la pression sur le fluide augmente, il jaillit alors des trous avec la même force dans toutes les directions. Ce phénomène suggère que la pression appliquée est transmise uniformément à tous les points du liquide.

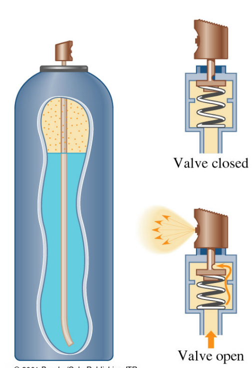


Figure 14.4: Un pulvérisateur aérosol contient un gaz sous pression appelé propulseur. Il pousse vers le bas sur la surface du liquide à pulveriser. Quand la soupape est ouverte, l'extrémité supérieure du long tube est à la pression atmosphérique et son extrémité inférieure est à une pression bien supérieure. La différence de pression propulse le liquide vers le haut et de là vers l'extérieur.

14.5 Les machines hydrauliques

Une même pression peut être produite au sein d'un liquide par des pistons de sections différentes qui exercent des forces qui diffèrent en proportion (figure 14.5). Plus la section du piston est grande, plus la force nécessaire pour produire la même pression est grande.

$$P = \frac{F}{A} \Rightarrow \frac{F_i}{A_i} = \frac{F_0}{A_0} \tag{14.2}$$

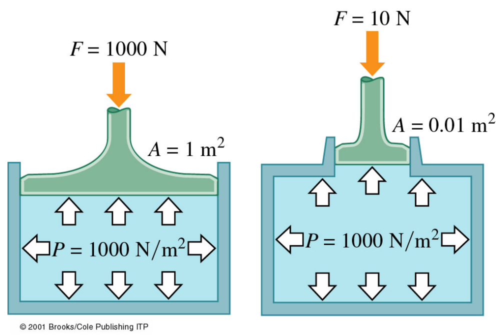


Figure 14.5: Une même pression peut être produite au sein d'un liquide par des pistons de sections différentes qui exercent des forces qui diffèrent en proportion de leur section.

C'est là que Pascal a vu l'importance pratique de son principe. Pour la première fois un nouveau type de multiplicateur de forces, connu sous le nom de *machines hydrauliques*, est devenu réalisable, bien qu'un instrument pratique n'ait été fabriqué qu'en 1796.

Si deux enceintes communicantes (c'est-à-dire partageant le même fluide) sont munies de deux pistons de différentes sections (figure 14.6), la pression générée par l'un des pistons est transmise intégralement à l'autre.

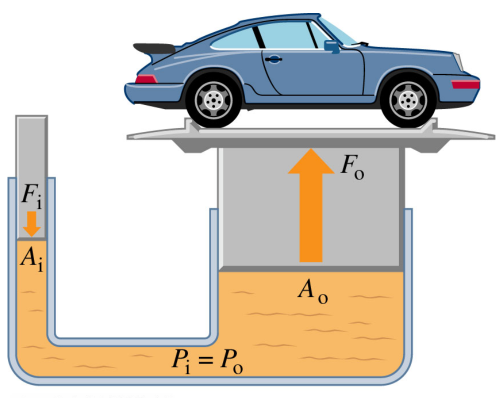


Figure 14.6: Un élévateur hydraulique. La force appliquée F_i crée une pression F_i/A_i, qui est transmise au cylindre de l'élévateur d'aire A_f. Celui-ci peut alors exercer une force utile $F_f = F_i\ S_f/S_i$.

NB: On parle d'un multiplicateur de force et non d'un multiplicateur de travail. Il y a conservation de l'énergie mécanique: le travail de la force F_i est égal au travail de la force F_0. Ça veut dire que pour un déplacement dl_i du piston i et un déplacement dl_0 du piston 0:

$$W_i = F_i\ dl_i; \quad W_0 = F_0\ dl_0 \quad \Rightarrow \quad W_i = W_0$$

On peut prouver ça: sachant que l'eau est incompressible, pour un déplacement dl_i du piston i et un déplacement dl_0 du piston 0: $dl_i\ A_i = dl_0\ A_0 \Rightarrow dl_i = (A_0/A_i)\ dl_0$. Donc (en utilisant l'équation 14.2):

$$W_0 = F_0\ dl_0 = F_i\ (A_0/A_i)\ dl_0 = F_i\ dl_i = W_i$$

14.6 Poussée d'Archimède

Un corps totalement plongé dans un liquide déplace un volume de ce liquide égal à son propre volume. L'expérience montre aussi qu'un objet immergé semble plus léger: l'eau le pousse vers le haut, le soutenant partiellement d'une manière ou d'une autre. Cela paraît évident à quiconque tente d'immerger un ballon gonflé. Archimède a précisé quantitativement le phénomène en énonçant ce qui sera appelé **principe d'Archimède**: un objet immergé dans un fluide paraît plus léger; il est poussé vers le haut avec une force égale au poids du fluide qu'il déplace. Cette force ascendante exercée par le fluide est connue sous le nom de **poussée d'Archimède**.

La poussée d'Archimède est causée par la pesanteur agissant sur le fluide. Elle a son origine dans la différence de pression entre la partie supérieure et la partie inférieure de l'objet immergé, une différence qui existe toujours si la pression varie avec la profondeur, comme c'est le cas d'un fluide dans le champ gravitationnel de la Terre.

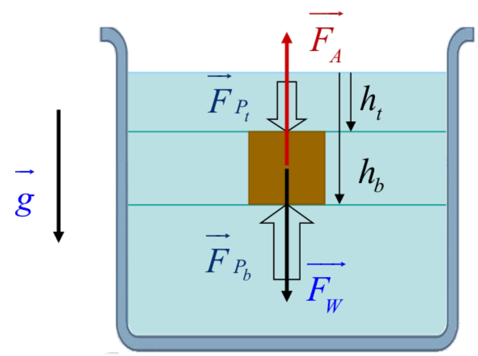


Figure 14.7: La poussée d'Archimède sur un cube est la différence entre la force de pression ascendante sur sa base et la force de pression descendante sur la face supérieure, inférieure à la première.

Considérons un cube immergé dans l'eau, comme montré à la figure 14.7. Considérons que le cube a une surface A et hauteur Δh. La face supérieure de l'objet est soumise à une pression $P_t = \rho_l g h_t$, où ρ_l est la masse volumique du liquide. La face inférieure est soumise à une pression $P_b = \rho_l g h_b$. On sait qu'une pression P génère une force $F = PA$ sur une surface A. Donc la force nette F_A sur l'objet due à l'action de la pression est:

$$F_A = P_t A - P_b A = \rho_l g h_t A - \rho_l g h_b A = \rho_l g(h_t - h_b)\ A = -\rho_l\ \Delta h A\ g$$

Or, $\Delta h A$ est le volume du cube, égal aussi au volume du fluide déplacé, si le cube est complètement immergé. Comme la masse du fluide déplacé est $m_l = \rho_l V$, nous pouvons écrire:

$$F_A = -\rho_l\ V_l\ g = -m_l g$$

Donc la poussée d'Archimède est égale au poids du fluide déplacé par l'objet, c'est-à-dire égal au poids du fluide qui serait contenu dans le volume de l'objet.

La force résultante qui agit sur l'objet (de masse m et masse volumique ρ) est:

$$\vec{F} = \vec{F}_W + \vec{F}_A \Rightarrow F = F_W - F_A = mg - m_l g = \rho V g - \rho_l V g = (\rho - \rho_l) V g$$

On voit donc que si $\rho > \rho_l$, la force résultante est dirigée vers le bas et l'objet coule. Par contre si $\rho < \rho_l$, la force est dirigée vers le haut et l'objet flotte. La force totale F sera toujours plus petite que le poids, ce qui implique que le poids apparent d'un objet immergé, même partiellement, est toujours réduit.

Question pour réfléchir. Flottabilité: Comment faire flotter sur l'eau un objet de densité plus élevée que celle de l'eau (par exemple, un bateau)?

Exemple 14.6.1. On parle souvent de la partie visible de l'iceberg sous-entendant que la plus grande partie de l'iceberg est cachée sous l'eau. Quelle est la fraction visible? La masse volumique de la grace est $\rho_0 = 917\ \mathrm{kg/m^3}$ et celle de l'eau de la mer $\rho_l = 1025\ \mathrm{kg/m^3}$.

Solution Définissons V comme le volume total de l'iceberg, F son poids ($F = \rho_0 V g$) et V_{im} le volume immergé de l'iceberg. Le poids de l'eau déplacée est $F_A = \rho_l V_{im} g$. Pour que l'iceberg flotte, il faut que $\rho_0 V g = F = F_A = \rho_l V_{im} g$, d'où $\frac{V_{im}}{V} = \frac{\rho_0}{\rho_l}$. La fraction visible de l'iceberg donc est:

$$f_{vis} = \frac{V - V_{im}}{V} = 1 - \frac{V_{im}}{V} = 1 - \frac{\rho_0}{\rho_l} = 0.1$$

La fraction visible de l'iceberg vaut 10%.

◄

14.7 Tension superficielle

Plongeons un fil métallique plié en U dans un liquide; si on le soulève lentement une couche mince confinée entre les deux branches du fil se forme. Certains insectes peuvent marcher sur l'eau. Un trombone plastifié peut "flotter" sur la surface de l'eau à cause de la tension de surface bien qu'il soit beaucoup plus dense que l'eau. Ces exemples sont des manifestations de la **tension superficielle**: la surface d'un liquide se comporte comme une membrane sous tension. La tension superficielle γ est définie comme la force par unité de longueur exercée par la surface. Elle a la même valeur en tout point de la surface et elle s'exprime, dans le système SI, en N/m. Dans ce cas, la couche limitée par le fil a effectivement deux surfaces (correspondant aux deux faces du film), la force peut être écrite: $F_t = 2\gamma L$, où la longueur L est l'intersection de la couche et de la surface du liquide.

Ce phénomène a lieu à la surface de séparation (interface) entre un liquide et un gaz. Donc la tension de surface dépend des deux substances formant l'interface.

Une molécule entourée de liquide est soumise à des forces intermoléculaires (forces de Van der Waals) symétriques qui s'équilibrent mutuellement. Une molécule en surface est sollicitée de façon dissymétrique, la résultante des forces étant dirigée vers le liquide. Cette compression amène le liquide à minimiser son aire de surface. Pour augmenter l'aire de la surface d'un liquide, il faut exercer une force et effectuer un travail afin d'amener les molécules de l'intérieur à la surface. Ce travail augmente l'énergie potentielle des molécules en surface, appelée *énergie superficielle.*

Exercices

Exercice 14.1. Une atmosphère est définie comme la pression équivalente à celle que produit à 0^oC une colonne de hauteur d'exactement 76 cm de mercure de masse volumique $13.5959 \times 10^3\ \mathrm{kg/m^3}$ dans les conditions de pesanteur normale, où $g = 9.80665\ \mathrm{m/s^2}$.

Montrer qu'une colonne barométrique de mercure de 76.00 cm correspond à une pression d'air de 1.013×10^5 Pa.

Exercice 14.2. Un buveur aspire de l'eau grâce à une paille. Sa bouche est à 15 cm au-dessus de la surface du liquide. Que doit être la pression absolue dans la bouche? Quelle est la pression manométrique correspondante?

Exercice 14.3. Un ballon météorologique a une masse de 5 kg lorsqu' il est vide et un rayon de 2.879 m quand il est entièrement gonflé à l'hélium. Il porte une petite charge d'instruments de masse 10 kg. Sachant que l'air et l'hélium ont respectivement des masses volumiques de 1.16 kg/m^3 et 0.16 kg/m^3, le ballon peut-il décoller?