Physique Générale C

Semestre d'automne (11P090)
Notes du cours basées sur le livre
Physique
de Eugene Hecht, éditions De Boeck

Chapitre 15

Enseignante:
Anna Sfyrla

Assistant(e)s:
Mireille Conrad
Tim Gazdic
Jean-Marie Poumirol
Rebecka Sax
Marco Valente

Bibliographie

[1] Eugene Hecht, Physique, éditions De Boeck.
[2] Eugene Hecht, College Physics, Schaum's outlines.
[3] Randall D. Knight, Physics for Scientists and Engineers, Pearson.
[4] Yakov Perelman, Oh, la Physique!, Dunod.

Table des matières

15

Les fluides; hydrodynamique

À tout moment nous interagissons d'une manière ou d'une autre avec des fluides en mouvement. Nous marchons, nous conduisons une voiture, le sang circule dans nos vaisseaux sanguins, nous sommes en fait des *systèmes hydrodynamiques*. Dans ce chapitre on va étudier comment le liquide coule dans des tubes, des pompes et des artères, quel est l'effet de la pression de l'air sur les ailes d'un avion et la face d'un gratte-ciel, comment évaluer quantitativement l'écoulement d'un fluide et quelles sont ses lois.

15.1 Écoulement d'un fluide

Les expériences menées par O.Reynolds en 1883 sur le mouvement des fluides dans des tubes ont montré qu'il y avait deux régimes d'écoulement distincts: *laminaire* et *turbulent*.

Écoulement laminaire Si vous soufflez doucement l'air entre vos lèvres, vous obtenez le cas extrême d'un écoulement régulier et précis. Si un fluide se déplace tel que sa vitesse en un point donné reste constante en module et en direction, on a un écoulement régulier (figure 15.1). La vitesse peut être différente en différents points. Les trajectoires suivies par les particules définissent des lignes de courant. La tangente à ces lignes est dans la même direction que la vitesse, si bien que deux lignes de courant ne peuvent se croiser. La densité des lignes est proportionnelle à la vitesse d'écoulement du fluide.

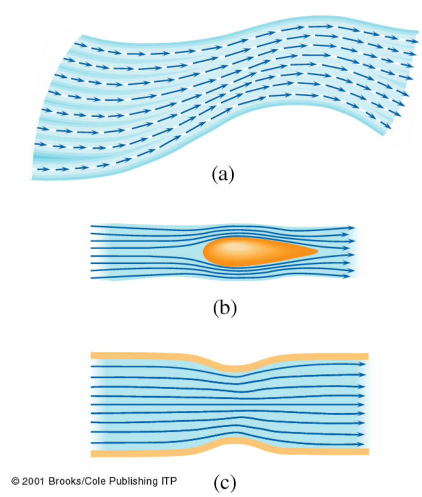

Figure 15.1: (a) L'écoulement laminaire est illustré ici en traçant les vecteurs vitesse aux différents points d'un fluide. (b) Les lignes de courant dans un écoulement laminaire autour d'un obstacle et (c) dans un conduit. Notons que plus les lignes de courant sont serrées, plus la vitesse est grande. En chaque point, on peur imaginer un vecteur vitesse et ce *champ de vitesse* nous rappelle le champ gravitationnel. En fait, ce dernier a été conçu justement sur le modèle d'un fluide.

Écoulement turbulent Si vous toussez, vous obtenez l'autre cas extrême d'un éclatement de l'air en un mouvement complexe et tourbillonnant. L'écoulement turbulent correspond à un mouvement irrégulier, chaotique et variable du fluide. Un fluide réel ne peut pas toujours suivre la surface d'un solide; ils se forment alors des tourbillons à l'arrière de l'obstacle (figure 15.2). Plus la vitesse d'écoulement augmente, plus l'aptitude du fluide à suivre les contours d'un obstacle diminue. Il s'éloigne de la surface de l'obstacle et forme des turbulences qui dissipent de l'énergie à l'arrière de l'objet. L'écoulement d'un fluide réel dépend aussi de sa viscosité. La couche du fluide qui est en contact avec la paroi solide adhère et reste immobile par rapport à la paroi. La vitesse du fluide augmente alors de zéro sur la paroi jusqu'à la vitesse d'écoulement libre au sein du fluide. Ceci a lieu dans une région relativement mince, selon le milieu, appelée **couche limite** (figure 15.3).

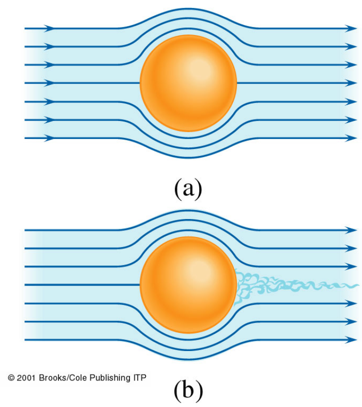

Figure 15.2: (a) Un fluide parfait s'écoule doucement autour d'un obstacle. (b) Un fluide réel ne peut pas toujours suivre la surface solide; il forme alors derrière l'obstacle un fouillis de tourbillons qui constituent l'écoulement turbulent.

Les fluides parfaits sont incompressibles, non visqueux et sont caractérisés par un écoulement laminaire.

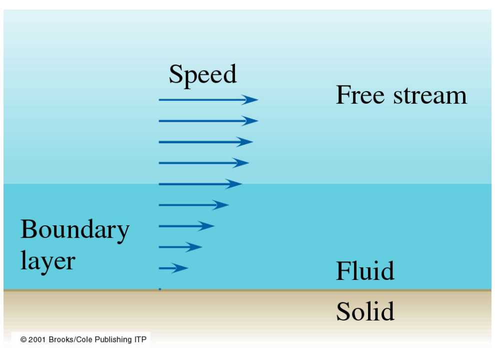

Figure 15.3: Le fluide en contact avec une surface solide est immobile. Sa vitesse augmente, selon un taux qui dépend de la viscosité du fluide, jusqu'à la vitesse d'écoulement libre. La région de transition est appelée couche limite.

15.2 Équation de continuité

La constance de la masse volumique d'un liquide est la base d'une relation fondamentale qui nous permet de comprendre comment un liquide s'écoule dans un volume confiné (tuyau, veine ..). Considérons un tube de courant arbitraire dans un fluide en écoulement laminaire. Le fluide entre par l'élément de tube 1 de section A_1 à vitesse v_1 et sort par l'élément de tube de section A_2 à vitesse v_2. Sur un intervalle de temps Δt, les molécules qui entrent dans le tube parcourent une distance $l_1 = v_1 \Delta t$ et celles qui sortent une distance $l_2 = v_2 \Delta t$. Puisque les volumes entrant et sortant sont les mêmes, nous avons:

$$A_1 v_1 \Delta t = A_2 v_2 \Delta t \Rightarrow A_1 v_1 = A_2 v_2$$

C'est l'**équation de continuité**. Si la section du tube augmente, la vitesse d'écoulement diminue et vice-versa. Le produit Av est le débit volumique J en m^3/s, et il est constant dans un tube de courant:

$$J = Av = A\frac{\Delta l}{\Delta t} = \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

Exemple 15.2.1. Pourquoi la section d'un filet d'eau est-elle plus large juste au sortir d'un robinet (point A_0) comparé à quelques centimètres plus bas (point A)? Pour les besoins de l'exemple, prenons un débit volumique de $J = 34$ cm^3/s, $A_0 = 1.2$ cm^2 et A placé $h = 4.5$ cm plus bas.

Solution Le débit volumique permet d'obtenir la vitesse de l'écoulement à la sortie du robinet:

$$J = A_0 v_0 \Rightarrow v_0 = J/A_0 = (34 \text{ cm}^3/\text{s})/(1.2 \text{ cm}^2) = 28.3 \text{ cm/s}$$

L'eau s'écoule librement sous l'effet de la gravitation, soit:

$$v^2 = v_0^2 + 2gh$$

Selon l'équation de continuité:

$$A_0 v_0 = Av$$

Ces deux équations permettent donc de déterminer A:

$$A = \frac{A_0 v_0}{v} = \frac{J}{\sqrt{v_0^2 + 2gh}} = 0.4 \text{ cm}^2 < A_0$$

15.3 Équation de Bernoulli

Considérons un fluide idéal et incompressible, dans le quel il n'y a pas de pertes dues à la conversion de l'énergie mécanique en énergie rotationnelle, thermique ou autre. La pression agissant sur un élément de volume de ce fluide en mouvement exerce un travail sur lui, qui se traduit par une variation de son énergie cinétique ou son énergie potentielle (gravitationnelle); donc:

$$\Delta W = \Delta E_C + \Delta E_P \tag{15.1}$$

Déterminons d'abord ΔW pour ce fluide. La figure 15.4 représente un tube de courant étroit, où les valeurs précisées de la pression, la vitesse, le déplacement et la hauteur doivent être considérées comme les moyennes de ces quantités pour les éléments de volume du fluide. Imaginons que le tube de courant soit limité à ses extrémités par des disques d'aires A_1 et A_2 qui se déplacent avec le fluide. La force de pression, $F_1 = P_1 A_1$ exercée par le milieu extérieur sur le disque d'aire A_1, et qui le pousse dans la direction du

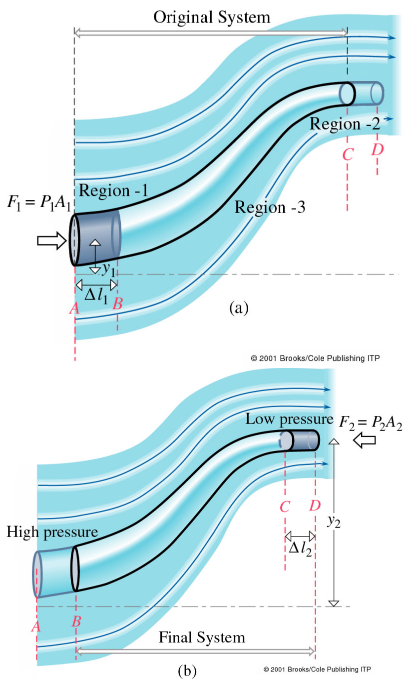

Figure 15.4: Calcul de l'écoulement laminaire d'un fluide incompressible au plan de l'énergie. Pendant un intervalle de temps Δt, le tube de liquide s'est effectivement déplacé de sa position (a) à sa position (b). Dans ce processus, une masse de fluide Δm a été déplacée dans le champ gravitationnel. Il y a eu variation de pression et de vitesse.

mouvement, effectue sur lui un travail moteur $F_1\Delta l_1$. Dans ce processus, les molécules du tube de courant entier sont déplacées vers la droite, avec conséquence que le disque d'aire A_2 s'est déplacé de Δl_2. Cette fois le fluide extérieur agit sur le disque avec une force $F_2 = P_2A_2$ dirigée vers la gauche, donc contre le mouvement. Il exerce donc sur le disque un travail résistant $-F_2\Delta l_2$. Le travail total exercé sur le fluide du tube est donc:

$$\Delta W = F_1\Delta l_1 - F_2\Delta l_2 = P_1A_1\Delta l_1 - P_2A_2\Delta l_2$$

Comme $\Delta l = v\Delta t$, nous pouvons écrire:

$$\Delta W = P_1A_1v_1\Delta t_1 - P_2A_2v_2\Delta t_2$$

et, utilisant l'équation de continuité, $A_1v_1 = A_2v_2 = Av$, nous trouvons:

$$\Delta W = vA\Delta t(P_1 - P_2)$$

Considérant une masse m de l'élément de volume déplacé: $m = \rho\Delta V = \rho(A\Delta l) = \rho(Av\Delta t)$, d'où on prend: $vA\Delta t = m/\rho$. Donc le travail total exercé sur le fluide devient:

$$\Delta W = (\frac{m}{\rho})(P_1 - P_2)$$

Ce travail modifie l'énergie cinétique:

$$\Delta E_C = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

ainsi que l'énergie potentielle gravitationnelle:

$$\Delta E_P = mg\Delta h = mg(y_2 - y_1)$$

où y est mesuré parallèlement à l'action de la force de pesanteur.

Ces trois dernières équations permettent d'expliciter l'équation 15.1 comme:

$$(\frac{m}{\rho})(P_1 - P_2) = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) + mg(y_2 - y_1) \Rightarrow$$

$$(P_1 - P_2) = \frac{1}{2}\rho(v_2^2 - v_1^2) + \rho g(y_2 - y_1) \Rightarrow$$

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g y_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g y_2$$

D'où on constate que:
Le long d'une ligne de courant, un fluide parfait en écoulement régulier et laminaire obéit à l'équation de Bernoulli:

$$P + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g y = cte$$

Chaque terme a les dimensions d'une énergie par unité de volume.

Ce résultat vérifie que la pression est la même en tous les points situés à la même profondeur dans un fluide, quelles que soient la forme et le volume du récipient. Si ce n'était pas le cas, le fluide se mettrait en mouvement.

Exemple 15.3.1. Expérience de Torricelli: Un réservoir rempli d'un liquide est percé d'un trou à sa base. Quelle est la vitesse à la quelle le liquide jaillit par ce trou? Voir figure 15.5.

Solution Le liquide qui jaillit à l'air libre est à la pression atmosphérique $P_2 = P_A$ et l'équation de Bernoulli devient:

$$P + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g h = P + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + 0 \Rightarrow$$

$$v_2^2 = v_1^2 + \frac{2(P - P_A)}{\rho} + 2gh$$

L'équation de continuité implique que si $A_1 \gg A_2$ alors $v_2 \gg v_1$ et v_1^2 est négligeable par rapport à v_2^2. Si de plus le réservoir est à l'air libre, $P = P_A$ et: $v_2 = \sqrt{2gh}$. Si le frottement est négligeable, le liquide jaillit de l'ouverture avec une vitesse égale à celle qu'il aurait gagnée en chute libre à partir de la hauteur h.

15.3.1 L'effet Venturi

Certaines applications pratiques de la dynamique des fluides résultent de l'interdépendance de la pression et de la vitesse. Il y a une catégorie de situations dans lesquelles la variation d'énergie potentielle gravitationnelle est négligeable; l'équation de Bernoulli relie alors la différence de pression à la différence d'énergie cinétique, donc la variation du carré de la vitesse. Considérons, par exemple, un segment de tuyau ayant une section droite S_1, qui se rétrécit à un certain endroit jusqu'à avoir une section S_2, puis il retrouve sa section normale S_1 (figure 15.6). Nous savons que:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

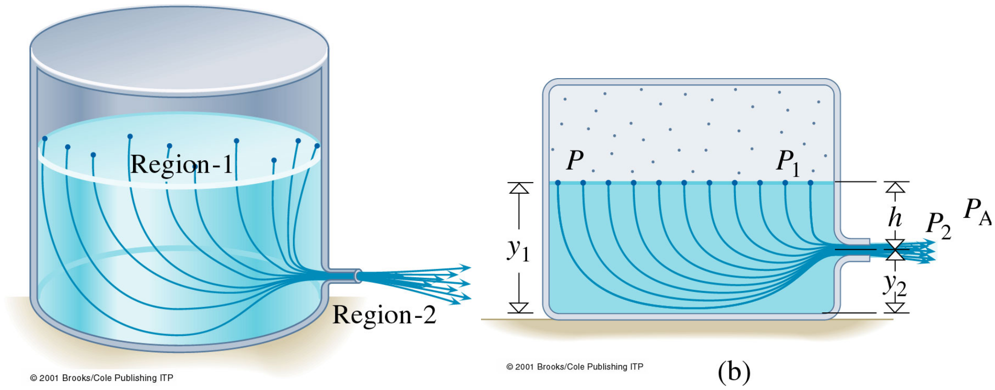

Figure 15.5: (a) Lignes de courant d'un fluide coulant d'un réservoir fermé, où la pression sur la surface du liquide est P. (b) Pour appliquer l'équation de Bernoulli, nous prenons la surface du liquide comme région 1, l'ouverture libre de l'orifice comme région 2 et nous suivons une ligne de courant de 1 à 2.

qui veut dire, comme nous l'avons vu, qu'une diminution de la section traversée par le fluide se traduit par une augmentation de sa vitesse.

Dans toute situation où le flux entrant est environ au même niveau que le rétrécissement ($y_1 \approx y_2$), l'équation de Bernoulli s'emploie pour exprimer la différence de pression:

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g y_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g y_2$$

devient: $P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$. En utilisant l'équation de continuité pour éliminer v_1, nous obtenons:

$$P_1 - P_2 = \frac{1}{2}\rho v_2^2 \, \frac{(A_1^2 - A_2^2)}{A_1^2}$$

Comme $A_1 > A_2$, le second membre de l'équation est positif et $P_1 > P_2$; il y a donc une chute de pression dans la région étroite. En arrivant à la region 3, la pression du fluide augmente de nouveau et la vitesse reprend sa valeur initiale. Cette diminution de la pression qui accompagne l'augmentation de la vitesse est appelé effet Bernoulli, ou *effet Venturi* après les travaux du chercheur italien qui l'a étudié en 1791.

Il est possible d'augmenter mécaniquement la vitesse d'un fluide en utilisant une pompe, par exemple. L'énergie cinétique ajoutée vient du travail effectué sur le fluide. Alors, la pression au niveau de l'orifice d'un jet libre de vitesse élevée produit par une pompe, est égale à la pression atmosphérique. Cela ne doit pas être confondu avec l'effet Venturi, où aucune énergie supplémentaire n'est transmise au système et l'accroissement de l'énergie cinétique est dû uniquement à la diminution de l'énergie de pression et vice versa. Dans le cas de l'effet Venturi, **une partie du fluide, forcée à se déplacer plus rapidement, est le siège d'une pression inférieure à celle d'une partie du fluide qui se déplace lentement**.

Exemples

- La déflexion des lignes de courant entre deux navires amarrés dans un courant ou voguant côte à côte produit une chute de pression. Les deux navires éprouvent une force qui les pousse l'un vers l'autre.

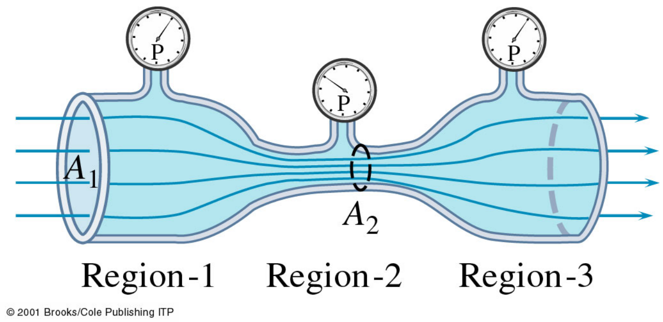

Figure 15.6: Dans la région 1, la section est grande, la vitesse est faible et la pression est élevée. Dans la région 2, la section est petite, la vitesse est grande et la pression est basse. Dans la région 3, la section est de nouveau grande, la vitesse est faible et la pression est élevée.

- Le même phénomène se produit quand un camion passe à côté d'une voiture; le conducteur de la voiture a l'impression d'être aspiré vers le camion.
- Un vent qui souffle à une vitesse de 198 km/h (55 m/s) sur le toit d'une maison peut générer une force capable de le soulever: La différence de pression entre l'intérieur et l'extérieur vaut: $P_{atm} - P_{ext} = \frac{1}{1}\rho v_2 = 1815$ N/m^2 qui engendre une force de 163350 N sur un toit de 90 m^2, force qui le soulèvera.
- L'effet Venturi produit aussi la principale composante de la portance d'une aile d'avion.
- L'artériosclérose survient quand une plaque se forme sur les parois intérieures des artères, gênant le flux sanguin. Il en résulte une chute de tension par effet Venturi (figure 15.7). L'artère peut à la longue se fermer momentanément. La tension artérielle du sang l'ouvre et elle se fermer à nouveau: il en résulte une palpitation vasculaire.

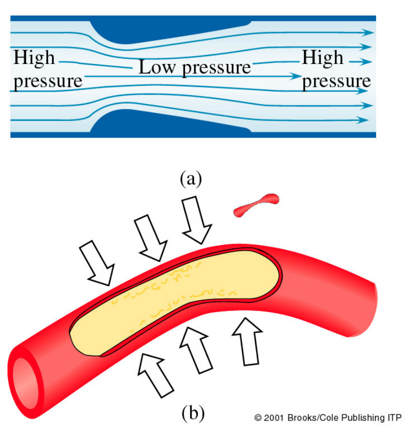

Figure 15.7: Écoulement d'un fluide dans un chenal rétréci.

15.4 Tourbillons

Un tourbillon (ou vortex) est une masse tourbillonante d'un fluide, entourée par une zone qui n'est pas en mouvement de rotation. Les tornades et les ouragans sont des tourbillons puissants et à grande échelle. La spirale d'eau tournoyante coulant d'une baignoire et le grand nuage en forme de champignon d'une explosion atomique ont aussi des structures de tourbillons.

Un tourbillon est formé quand il y a une discontinuité dans la forme de l'écoulement, souvent due à la présence d'un obstacle. Lorsque deux courants de vitesses différentes s'approchent l'un de l'autre, une région de transition existe où la couche en mouvement rapide progresse devant et autour de la couche plus lente qui tend à ralentir la couche rapide.

15.5 Les fluides réels: la viscosité

Les fluides réels (liquides et gaz) en mouvement présentent toujours des effets liés aux forces de frottement interne caractérisées par la viscosité du fluide. Même si l'écoulement s'effectue à vitesse constante, une force $\vec{F}$ de frottement agit entre les différentes couches d'un fluide quand elles glissent les unes contre les autres. Cette force produit du travail et fait perdre de l'énergie au fluide.

Pour les liquides, cette force est attribuable aux forces de cohésion qui existent au niveau moléculaire tandis que pour les gaz, elle provient de collisions entre les molécules. Le degré de viscosité varie selon les fluides (le sirop est plus visqueux que l'eau). Cette propriété des fluides s'exprime de façon quantitative par le *coefficient de viscosité* η.

Soit une mince couche de fluide d'épaisseur dy de surface A entre deux plaques dont l'une est mobile et l'autre immobile. Le fluide en contact avec les plaques s'attache à leur surface à cause des forces adhésives qui s'exercent entre ses molécules et celles de chaque plaque. Appliquons une force constante F: La plaque accélère d'abord, puis atteint une vitesse constante limite v_x lorsque la force appliquée est contrebalancée par la force de viscosité. Les couches supérieures du liquide se déplacent à la même vitesse v_x que la plaque. Les couches inférieures restent fixes et ralentissent l'écoulement de la couche juste au-dessus et ainsi de suite. La vitesse à l'intérieur du liquide varie donc de 0 à v_x. Cette variation divisée par la distance sur laquelle elle s'effectue s'appelle *gradient de vitesse*: dv_x/dy. La force de viscosité F_v vaut:

$$F_v \propto A\frac{dv_x}{dy} \Rightarrow F_v = \eta A\frac{dv_x}{dy}$$

où η est le coefficient de viscosité introduit en haut. Il s'exprime en $\mathrm{N \cdot s/m^2}$ ou $\mathrm{Pa \cdot s}$.

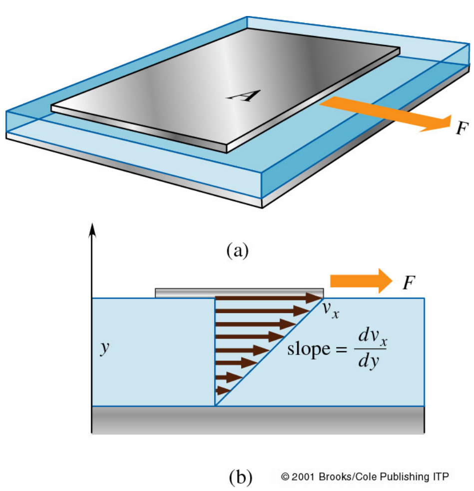

Figure 15.8: Une plaque d'aire A que l'on traîne sur une couche de liquide visqueux. La plaque se déplace à une vitesse constante et entraîne le liquide avec elle. Les couches différentes du liquide se déplacent à des vitesses décroissantes à partir de la plaque.

Les liquides sont en général plus visqueux que les gaz. La viscosité des liquides augmente en général quand la température diminue. Par contre, les gaz deviennent moins visqueux lorsque la température diminue. Quelques exemples sont données au tableau 15.1.

Temp (^{o}C)	η_{Ricin} (Pa·s)	η_{Eau} (Pa·s)	η_{Air} (Pa·s)	η_{Sang} (Pa·s)
0	5.3	1.792×10^{-3}	1.71×10^{-5}	
20	0.986	1.005×10^{-3}	1.81×10^{-5}	3.015×10^{-3}
37		0.695×10^{-3}	1.87×10^{-5}	2.084×10^{-3}
80	0.030	0.357×10^{-3}	2.09×10^{-5}	
80	0.017	0.284×10^{-3}	2.18×10^{-5}	

Tableau 15.1: Viscosité de certains fluides

Exercices

Exercice 15.1. L'eau qui circule à travers une maison dans un système de chauffage central, est pompée à une vitesse de 0.50 m/s par un tuyau mesurant 4.0 cm de diamètre placé dans la cave à une pression de 3.0 atmosphère. Déterminez la pression dans un tuyau d'un diamètre de 2.6 cm situé à l'étage, à 5.0 m au-dessus de la cave.