Physique Générale C

Semestre d'automne (11P090)
Notes du cours basées sur le livre
Physique
de Eugene Hecht, éditions De Boeck

Chapitre 16

Enseignante:
Anna Sfyrla

Assistant(e)s:
Mireille Conrad
Tim Gazdic
Jean-Marie Poumirol
Rebecka Sax
Marco Valente

Bibliographie

[1] Eugene Hecht, Physique, éditions De Boeck.
[2] Eugene Hecht, College Physics, Schaum's outlines.
[3] Randall D. Knight, Physics for Scientists and Engineers, Pearson.
[4] Yakov Perelman, Oh, la Physique!, Dunod.

Table des matières

16 Élasticité **1**

16.1 La loi de Hooke 1

16.2 Deformation et contrainte; le module de Young 4

16

Élasticité

Galilée a commencé son livre, *Deux Nouvelles Sciences* (1638), par une discussion "traitant de la résistance que les corps solides opposent à la fracture". Jusqu'au milieu du dix-septième siècle, il y eut plusieurs autres tentatives pour étudier les forces des cordes et des tiges, mais il fallut attendre que le simple, génial et sensuel Robert Hooke inventât "la science de l'élasticité", qui est l'analyse du comportement des matériaux et des structures sous l'influence de forces appliquées.

16.1 La loi de Hooke

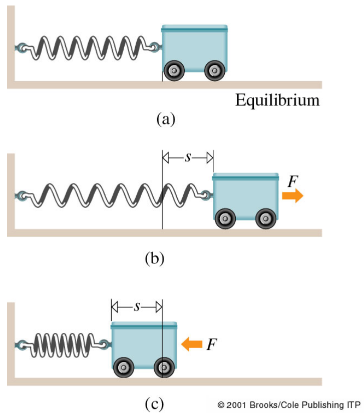
L'élasticité étudie le comportement de matériaux et de structures sous contraintes. Un solide soumis à une force extérieure (contrainte) peut être comprimé, étiré ou cisaillé. Un *solide élastique* revient rapidement à sa configuration initiale dès que la contrainte est supprimée (e.g. acier, os, verre, caoutchouc). Par contre, les *plastiques* ne reviennent pas à leur configuration initiale quand la contrainte est supprimée (e.g. chewing gum, cire, plomb).

Ce que Hooke a trouvé, c'est que beaucoup de matériaux se déforment proportionnellement à la force appliquée. La loi de Hooke s'écrit:

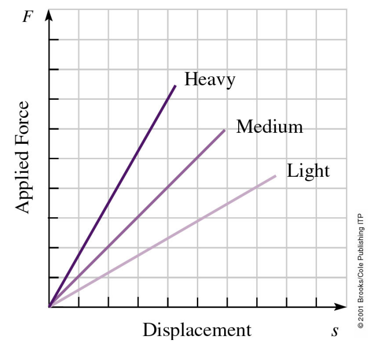
$$F = ks$$

où k est la *constante d'élasticité* et mesure la rigidité de l'objet et s mesure la déformation du solide. Les dimensions de k sont d'une force divisée par une distance; k s'exprime donc en N/m.

La loi de Hooke est l'expression de la force qui doit être appliquée au ressort pour produire le déplacement s: Si la force F est positive, le déplacement s est positif. La force du ressort tend toujours à ramener le système à sa position d'équilibre; elle est dite une *force de rappel*.



(a) Un ressort en équilibre (b) Une force F de traction produit un allongement s (c) Une force F de compression produit une contraction s. Dans tous les cas, on a $F = ks$.



Une force F appliquée à un ressort l'étire et déplace son extrémité de s. La figure est une représentation graphique de F en fonction de s pour trois ressorts différents. La pente de chaque courbe est la constante d'élasticité, k, du ressort. Plus le ressort est rigide, plus la valeur de k est grande.

Exemple 16.1.1. Un dynamomètre est un dispositif à ressort qui permet de mesurer des forces.
(a) Quelle est la constante du ressort d'un dynamomètre qui permet de lire des masses allant de 0 à 500 g sur une échelle graduée longue de 10 cm?
(b) Quel est le déplacement si on tire avec une force de 10 N?
(c) Pourrait-on utiliser ce dynamomètre comme balance sur la lune?

Solution Données: masse variant de 0 à 500 g, déplacement variant de 0 à 10 cm et une charge de 10 N. À trouver: k et s pour 10 N.
(a) Une masse de 500 g produit un déplacement de 10 cm. Son poids est: $F_W = mg = (0.5 \text{ kg})(9.81 \text{ m/s}^2) = 4.9$ N. Donc le k du ressort doit valoir: $k = F_W/s = (4.9 \text{ N})/(0.1 \text{ m}) = 49$ N/m.
(b) Si on tire avec une force de 10 N, de déplacement est:

$$s = F/k = (10 \text{ N})(49 \text{ N/m}) = 0.20 \text{ m}$$

C'est donc impossible à lire, car l'échelle ne mesure que 10 cm.
(c) Non, car la valeur de g est différente sur la Lune. Pour l'utiliser comme balance sur la Lune, il faut calibrer le dynamomètre.

Énergie potentielle élastique L'une des utilités d'un ressort est d'emmagasiner de l'énergie. Le ressort d'une montre (dispositif inventé par Hooke) remplace l'énergie potentielle gravitationnelle d'un balancier ou d'un poids qui descend par l'énergie potentielle élastique d'un ressort. Plus k est grand, plus un ressort est rigide et plus il faut appliquer une force intense pour une déformation s donnée.

Le travail effectué sur un système contre une force variable, telle que la force d'un ressort, est l'aire comprise entre la courbe de traction (i.e. $F(s)$) et l'axe du déplacement (abscisse). Cette aire A définit l'énergie restituable (la résilience). Pour une force conservative, le travail de F pour un déplacement s correspond à la variation de l'énergie potentielle ΔE_p du système:

$$\Delta E_p = \int F ds = \int ksds = k \int sds = \frac{1}{2}ks^2$$

qui est d'ailleurs égal à l'aire entre la courbe de traction et l'axe du déplacement.

Exemple 16.1.2. Quatre personnes, chacune de masse 70 kg montent dans une voiture de masse 1100 kg, deux devant et deux derrière. Le véhicule s'affaisse légèrement sur ses quatre ressorts identiques, les comprimant de 2.5 cm. Déterminer la constante d'élasticité de chaque ressort et l'énergie emmagasinée dans chacun. Quelle est la constante d'élasticité équivalente de la suspension, prise dans son ensemble? D'où vient cette énergie?

Solution Données: la masse de chaque personne, 70 kg, la masse de la voiture, 110 kg et s=2.5 cm. À trouver: la constante k, l'énergie potentielle E_p de chaque ressort et la constante k' équivalente.
Le système de ressorts peut être considéré à l'équilibre quand la voiture est vide, sa masse n'a alors aucun effet. La masse totale des personnes supportée par les quatre ressorts est 4×70 kg et leur poids est:

$$F_W = (280 \text{ kg})(9.8 \text{ m/s}^2) = 2744 \text{ N}$$

Chaque ressort est comprimé de la même quantité (0.025 m) et supporte la même charge; la force exercée vers le haut par chacun est donc égale au quart de la charge totale:

$$F = \frac{1}{4}F_W = ks \Rightarrow k = \frac{F_W}{4\ s} \Rightarrow k = 2.7 \times 10^4 \text{ N/m}$$

Assimilant les quatre ressorts à un seul, exerçant une force totale de $F_W = 2744$ N, la constante d'élasticité équivalente est

$$k' = \frac{F_W}{s} = 1.1 \times 10^5 \text{ N/m}$$

c'est à dire quatre fois la constante de chaque ressort.
L'énergie potentielle emmagasinée dans chaque ressort est: $\Delta E_p = \frac{1}{2}ks^2 = 8.4$ J, tandis que le système entier emmagasine quatre fois cette énergie. L'énergie élastique emmagasinée est une fraction de la diminution de l'énergie potentielle gravitationnelle; le reste est dissipé en énergie thermique.

Matériaux élastiques Si une force de traction croissante F est appliquée à un échantillon d'un certain matériau, son allongement ΔL varie. Pour un materiau élastique, une relation linéaire entre F et ΔL se manifeste, caractéristique de la loi de Hook. Cependant, l'allongement n'est linéaire que si la force appliquée ne dépasse pas une certaine limite dépendant de la nature du matériau, c'est à dire des liaisons interatomiques du corps.

Le comportement du matériau par rapport à la force appliqué est indiqué graphiquement à la figure 16.1. On définit plusieurs zones dans le graphique de la tension en fonction de l'élongation:

- zone d'élasticité, réversible;
- limite d'élasticité;
- zone plastique (au-delà du régime élastique), non réversible. Les liaisons inter-atomiques commencent à se rompre et la déformation est permanente;
- limite de rupture.

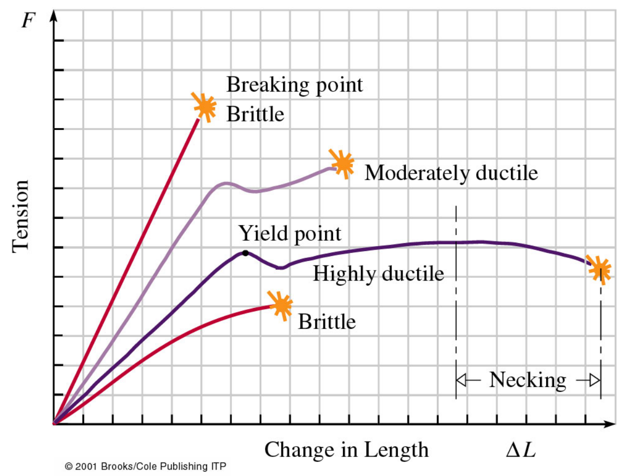


Figure 16.1: Variation de la charge, c'est-à-dire la traction, avec l'élongation pour certains matériaux de construction. Les substances cassantes subissent la rupture avant d'avoir atteint une grande élongation. Les substances ductiles subissent de grandes élongations par glissement plastique. Un métal ductile peut être considéré comme hookéen jusqu'à une élongation de 0.25% à 0.5% et subit une fracture à 50%. Quelques matériaux non-métalliques, comme le bois et la fibre de verre subissent la rupture dès une élongation de 1% à 3%.

16.2 Deformation et contrainte; le module de Young

La **contrainte** est une mesure de la repartition des forces à l'intérieur d'un solide. Elle indique comment l'interaction des atomes à l'intérieur d'un corps est affectée par une force externe. C'est le rapport du module de la force appliquée à la surface sur laquelle elle agit:

$$\sigma = \frac{F}{A}$$

et elle s'exprime en N/m^2.

La **deformation** est une mesure du déplacement relatif des atomes, c'est-à-dire, la variation relative de la distance interatomique: $\epsilon = \Delta L/L$, où L est la longueur originale du corps concerné.

Les problèmes étudiés par les ingénieurs correspondent au cas où les contraintes sont proportionnelles aux déformations: $\sigma = E \cdot \epsilon$. La constante de proportionnalité E s'appelle *module d'élasticité*. Son unité SI est en Newton/m^2.

Quand on parle de traction et compression, le module de proportionnalité est alors appelé **Module de Young** Y:

$$Y = \frac{\sigma}{\epsilon} = \frac{F}{A}\frac{L}{\Delta L}$$

D'ici on retrouve la loi de Hook: $F = Y \cdot A\ \Delta L/L = k\ \Delta L$, avec $k = Y \cdot A/L$.
N.B. Le module de Young de traction peut être différent de celui de compression.