Physique Générale C

Semestre d'automne (11P090)
Notes du cours basées sur le livre
Physique
de Eugene Hecht, éditions De Boeck

Chapitre 18

Enseignante:
Anna Sfyrla

Assistant(e)s:
Mireille Conrad
Tim Gazdic
Jean-Marie Poumirol
Rebecka Sax
Marco Valente

Bibliographie

[1] Eugene Hecht, Physique, éditions De Boeck.
[2] Eugene Hecht, College Physics, Schaum's outlines.
[3] Randall D. Knight, Physics for Scientists and Engineers, Pearson.
[4] Yakov Perelman, Oh, la Physique!, Dunod.

Table des matières

18

Ondes mécaniques

Le transport de l'énergie et de la quantité de mouvement se fait uniquement par deux mécanismes fondamentaux: des particules qui se déplacent ou des ondes qui se propagent. Et même ces deux conceptions apparement différentes sont subtilement liées; il n'y a pas d'onde sans particules et pas de particule sans ondes. Une onde est une perturbation qui transporte de l'énergie en se propageant de proche en proche dans un milieu. Les types de perturbations et de milieux peuvent être très différents. Quelques exemples:

- **onde de surface**: le milieu est la surface libre d'un liquide, la perturbation correspond au déplacement des particules du liquide par rapport à leur position de repos (les vagues).
- **onde sonore**: le milieu est un solide, liquide ou gaz, la perturbation est une variation de pression ou une déformation.
- **onde électromagnétique**: le milieu est la matière ou le vide. La perturbation est due à l'accélération des charges électriques résultant d'une variation du champ électromagnétique (la lumière, les ondes radio et TV, micro-ondes ....).

Dans ce chapitre, nous examinons les ondes dans des milieux matériels; ce sont des **ondes mécaniques** car elles sont dues aux déplacement des constituants du milieu. Le son est l'une de ces ondes; mais comme il nous est lié de façon toute particulière, nous le traitons dans le chapitre 19.

18.1 Caractéristiques des ondes

On peut distinguer deux types d'ondes: les ondes longitudinales et les ondes transversales. Lorsque le mouvement des éléments du milieu de propagation est parallèle à la direction de propagation, l'onde est dite **longitudinale**. L'onde de compression dans une tige, les ondes sonores dans les gaz et les liquides, et certaines ondes sismiques sont de ce type. Quand les éléments du milieu de propagation se déplacent perpendiculairement à la direction de propagation, l'onde est **transversale**. Les cordes d'une guitare oscillent comme une onde transversale. Les ondes longitudinales et transversales sont des ondes **progressives** car elles voyagent d'un point à un autre (d'un bout d'une corde à l'autre).

N.B.: Seule la déformation se propage entre deux points, la matière du milieu (support de l'onde) ne fait que osciller autour de sa position d'équilibre selon un mouvement harmonique. La vitesse des particules de matière n'est pas égale à la vitesse de l'onde.

Pour trouver la vitesse des ondes

La **période temporelle** (T) d'une onde périodique et progressive est le temps nécessaire pour que l'onde retrouve sa configuration initiale en un point donné ou, plus formellement, le temps qu'il faut à un profil pour défiler complètement devant un point donné. L'inverse de la période ($1/T$) est la **fréquence** f, qui correspond au nombre de profils qui traversent un point donné pendant une seconde. Si l'on fige l'onde à un instant donné, la distance spatiale sur laquelle l'onde exécute un cycle complet, c'est-à-dire la longueur du profil, est la **période spatiale** ou **longueur d'onde**, λ. Ce qu'on appelle **vitesse de l'onde** (v) est la vitesse (en m/s) avec laquelle elle progresse. Autrement dit, puisque une longueur d'onde λ met un temps T pour défiler, la vitesse est $\lambda/T = f\lambda$. Nous avons maintenant une expression de la vitesse de toute onde progressive et périodique, qu'elle soit un son, une onde à la surface de l'eau ou de la lumière:

$$v = f\lambda$$

Historiquement, c'est Newton qui établit cette relation dans son ouvrage *Principia* (1687) dans une partie appelée "Pour trouver la vitesse des ondes".

18.2 Ondes sinusoïdales

L'ébranlement le plus simple à analyser mathématiquement est l'**onde sinusoïdale**. C'est une onde qui augmente et diminue comme une fonction sinusoïdale et se répète indéfiniment. Bien qu'elle soit une notion théorique, nous verrons que toute onde réelle peut être décomposée en une superposition d'ondes sinusoïdales.

Considérons une corde dans laquelle on lance une perturbation. En un temps t_0 donné, la corde oscille à la manière d'un ressort.

$$y(x) = y_m \sin(kx) \tag{18.1}$$

En plus de cette oscillation, on observe que pour chaque point x_0, la position verticale de la corde oscille aussi à la manière d'un ressort:

$$y(t) = y_m \sin(\omega t) \tag{18.2}$$

Un maximum d'amplitude se déplace le long de la corde (direction x) avec une vitesse $v = dx/dt$. Dans un intervalle de temps T (une période), ce maximum s'est déplacé d'une distance $\lambda \equiv v\,T$, qui correspond à la **longueur d'onde**.

En généralisant l'équation 18.1 pour tout temps t, on doit 'corriger' la position x de l'onde par sa propagation pendant le temps t, une correction qui est égale à vt: $x \to x - vt$. On obtient:

$$y(x,t) = y_m \sin[k(x - vt)] = y_m \sin(kx - kvt) \Rightarrow$$

$$\boxed{y(x,t) = y_m \sin(kx - \omega t)} \tag{18.3}$$

avec

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad \text{et} \quad k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

Notez que le signe '$-$' assure que l'onde se déplace vers la droite, la direction des x positifs.

L'équation 18.3 est une solution de l'*équation d'Alembert* (équation d'onde):

$$\frac{d^2y(x,t)}{dx^2} = \frac{1}{v^2}\frac{d^2y(x,t)}{dt^2} \quad \text{avec } v = \omega/k$$

Une forme généralisée de l'équation des ondes doit inclure une phase initiale, ϕ. Cette phase initiale est égale à zero si $y(x=0, t=0) = 0$.

$$\boxed{y(x,t) = y_m \sin(kx - \omega t + \phi)}$$

La fonction d'onde oscille entre les valeurs $-y_m$ et $+y_m$. L'énergie associée à une onde est proportionnelle au carré de l'amplitude de l'onde, y_m (similaire à l'énergie d'une oscillation).

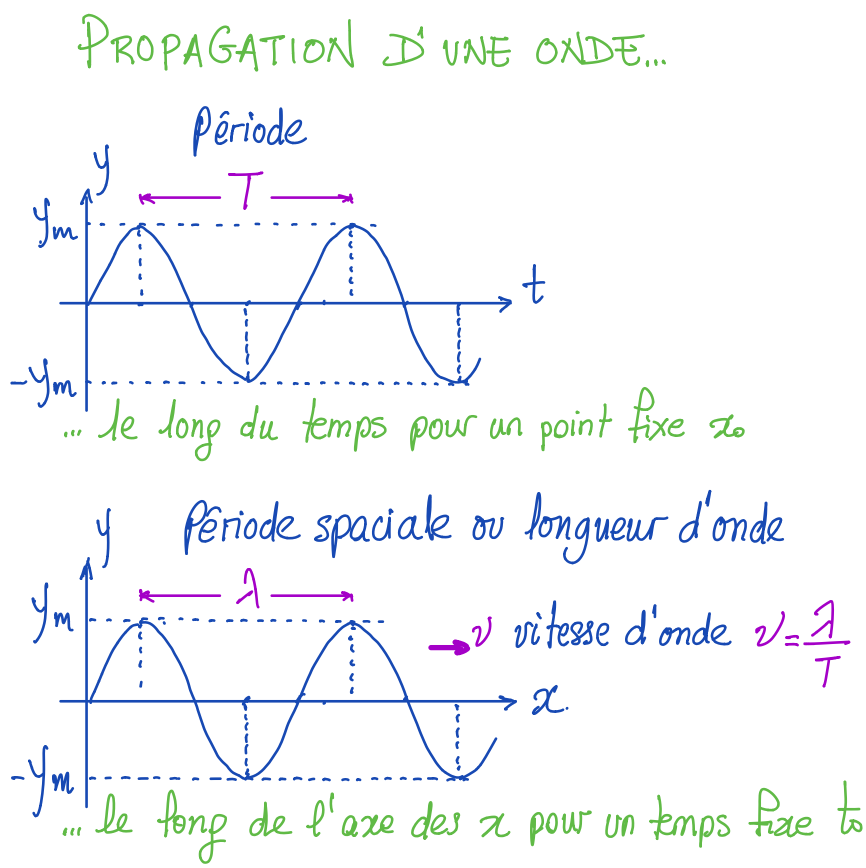

Figure 18.1: Représentation d'une onde sinusoïdale, en fonction du temps et du déplacement; caractéristiques de cette onde.

L'onde se propage le long de l'axe x avec une vitesse $v = \lambda/T$, mais chaque point de la corde reste à la même position x_0 pendant la propagation de l'onde. Ce point de la corde bouge aussi, mais seulement le long de l'axe y. Sa vitesse, qu'on appelle la vitesse transversale de l'onde, est:

$$v_t = \frac{dy}{dt} = -\omega y_m \cos(kx - \omega t + \phi)$$

La vitesse transversale devient zero quand le déplacement y est maximal, et est maximale quand $y(x) = 0$ (voir figure 18.2).

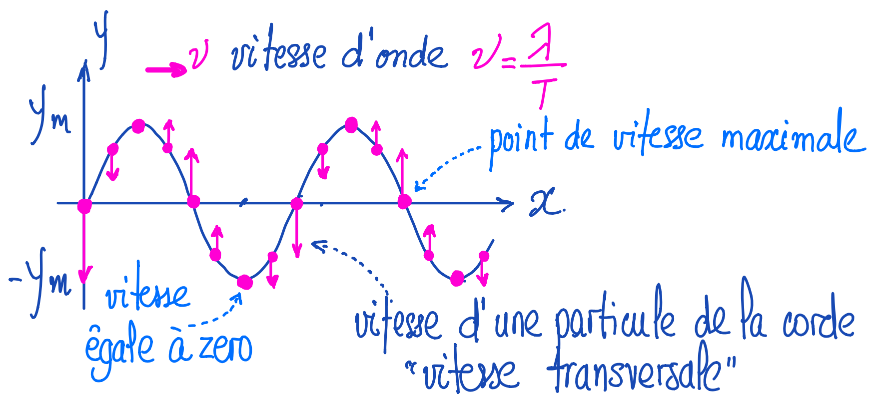

Figure 18.2: Représentation d'une onde sur une corde; les flèches indiquent la vitesse de la corde à des points divers.

Exemple 18.2.1. Considérons une onde sinusoïdale le long d'une corde:

$$y(x,t) = 0.00327 \sin(72.1x - 2.72t)$$

(a) Déterminer l'amplitude y_m, la longueur d'onde λ, la période T, la fréquence f, la phase initiale ϕ et la vitesse d'onde v.
(b) Que vaut y au point $x = 22.5$ cm en $t = 18.9$ s?
(c) Calculer la vitesse transversale v_y de ce point.
(d) Quelle est l'accélération d'une particule de l'onde en ce point?

Solution Données: la forme exacte de l'onde: $y(x,t) = 0.00327 \sin(72.1x - 2.72t)$.
(a) Nous connaissons que la forme générale d'une onde est $y(x,t) = y_m \sin(kx - \omega t + \phi)$. Alors:
$y_m = 0.00327$ m, $k = 72.1$ rad/m, $\omega = 2.72$ rad/s, $\phi = 0$ et donc:
$\lambda = 2\pi/k = 0.0871$ m, $T = 2\pi/\omega = 2.31$ s, $f = 1/T = 0.433$ Hz, $v = \omega/k = 0.0377$ m/s.
(b) $y = 0.00327 \sin(72.1 \times 0.225 - 2.72 \times 18.9)$ m $= 0.00192$ m.
(c) Prenons la dérivée partielle de y par rapport au temps:

$$v_y = dy/dt = -\omega y_m \cos(kx - \omega t + \phi)$$

et avec peu de calcul, v_y au point $x = 22.5$ cm en $t = 18.9$ s est 7.1 mm/s. (d) La dérivée partielle de la vitesse transversale par rapport au temps donne:

$$a_y = dv_y/dt = -\omega^2 y_m \sin(kx - \omega t + \phi) = -\omega^2 y = -14.2 \text{ mm/s}^2$$

◀

18.3 Vitesse d'onde

Onde sur une corde tendue
Considérons une corde tendue de longueur infinie, dont la masse par unité de longueur (masse linéique) vaut μ: On cherche à établir l'équation du mouvement d'un élément de corde de masse Δm et de longueur $\Delta l \sim 2\Delta x$, comme indiqué sur la figure 18.3. Cet élément oscille et l'onde correspondante se propage avec une vitesse v. Comme le segment se déplace à une vitesse constante, la résultante des forces agissant sur lui est radiale, dirigée vers le centre de la courbure de ce segment (C) et égale à la force centripète nécessaire $F_C = \Delta m(v^2/r)$.

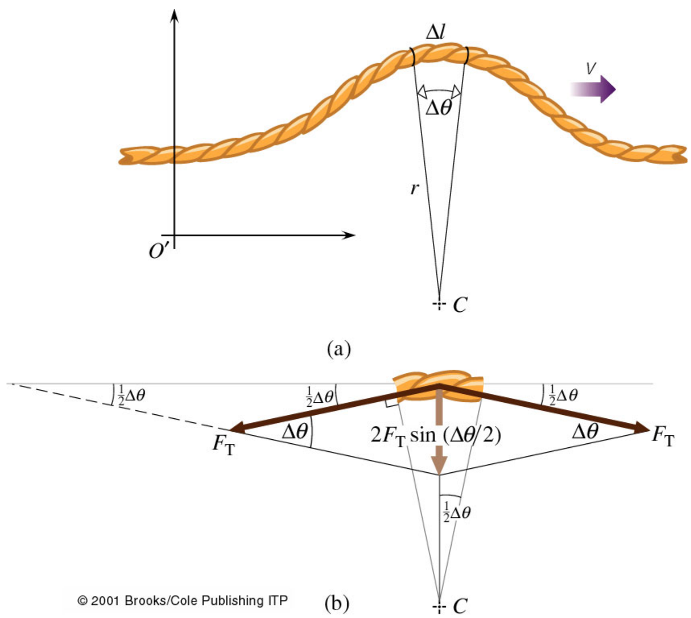

Figure 18.3: (a) Une impulsion ondulatoire sur une corde tendue se déplaçant à la vitesse v. (b) La vitesse v est déterminée par la tension de la corde, F_T et sa masse linéique μ.

De la figure, nous déduisons que chaque extrémité du segment est soumise à une force égale à F_T et tangente à la corde. La somme de ces deux vecteurs force de tension est un vecteur radial de module $2F_T \sin(\frac{1}{2}\Delta\theta)$, tandis que les composantes tangentielles s'élimines, car il n'y a aucune accélération tangentielle. Cette somme vectorielle est égale à la force centripète et nous trouvons:

$$\Delta m(\frac{v^2}{r}) = 2F_T \sin(\frac{1}{2}\Delta\theta)$$

Le segment étant petit comparé à r, nous pouvons écrire $\sin(\frac{1}{2}\Delta\theta) \approx \frac{1}{2}\Delta\theta$ et alors:

$$\Delta m(\frac{v^2}{r}) \approx F_T\Delta\theta \approx \frac{F_T\Delta l}{r}$$

où $\Delta\theta = \Delta l/r$. Puisque par définition $\mu = \frac{\Delta m}{\Delta l}$, nous trouvons:

$$v^2 \approx \frac{F_T}{\mu}$$

À condition que l'impulsion soit faible, de façon que la déformation de la corde reste faible, on peut écrire:

$$v = \sqrt{\frac{F_T}{\mu}} \tag{18.4}$$

On constate alors que *la vitesse de l'onde dépend seulement de la tension de la corde (F_T) et de ses caractéristiques inertielles (μ).* Si μ est grande, la corde a beaucoup d'inertie et la vitesse est faible et si F_T est grande, la corde tend à revenir à sa position d'équilibre plus rapidement et la vitesse est plus grande.

Généralisation
On peut généraliser cette constatation sur la vitesse de l'onde aux ondes de compression qui se propagent dans les fluides et les solides (par exemple, les ondes acoustiques et les ondes sismiques). Ces ondes de pression sont des ondes longitudinales dont l'amplitude est parallèle au sens de propagation de l'onde. Dans les liquides leur vitesse peut s'exprimer comme:

$$v_{\text{liquide}} = \sqrt{\frac{B}{\rho}}$$

où B est une constante qui exprime la compressibilité du liquide (et dépend des propriétés du liquide) et ρ est sa masse volumique. Dans les solides, la vitesse d'onde peut s'exprimer comme:

$$v_{\text{solide}} = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

où E est le module d'élasticité, une constante qui représente la déformabilité d'un solide (et dépend des propriétés du solide) et ρ est sa masse volumique. Dans un gaz un trouve que d'onde acoustique se propage avec une vitesse

$$v_{\text{gaz}} \propto \sqrt{\frac{P}{\rho}}$$

où P est la pression, qui dépend à la température du gaz, et ρ est sa masse volumique. Notons qu'i faut une grande augmentation de pression pour diminuer le volume d'un solide comparé à celui d'un liquide et B ainsi que E sont généralement d'autant plus grands que le milieu est plus dense (plus grands si le milieu est plus rigide).

En résumé, la vitesse de propagation d'une onde mécanique est déterminée par les propriétés élastiques et inertielles du milieu, et d'une manière générale on trouve que:

$$v = \frac{\text{facteur de force elastique}}{\text{facteur d'inertie}}$$

Exemple 18.3.1. Une corde horizontale de 40 g et 2.0 m de long passe autour d'une poulie de masse négligeable et sans frottement. Elle porte à son extrémité libre une masse de 2.0 kg. Calculer la vitesse de propagation d'une impulsion ondulatoire sur cette corde. Négligez le poids de la partie de la corde en suspension.

Milieu	Vitesse (m/s)
Air (0^oC)	331
Air (20^oC)	343
Helium (0^oC)	970
Ethyl alcohol	1170
Eau (20^oC)	1480
Granite	6000
Aluminium	6420

Tableau 18.1: La vitesse du son.

Solution Données: une corde de $l = 2.0$ m, $m = 40$ g et portant une charge de 2.0 kg. À trouver: v.
La vitesse de l'onde est $v = \sqrt{F_T/\mu}$. Nous devons déterminer F_T et μ. La tension est exactement la charge en Newtons, soit (2.0 kg)(9.81 m/s^2) = 19.62 N. La masse linéique $\mu =$(0.040 kg)/(2.0 m) = 0.020 kg/m. D'où: $v = \sqrt{F_T/\mu} = \sqrt{19.62 \text{ N}/0.02 \text{ kg/m}} = 31$ m/s.

Exemple 18.3.2. Une explosion a eu lieu à une faible profondeur au-dessous de la surface de l'océan. Calculer la vitesse de l'onde de compression résultante mesurée par des instruments placés à quelques mètres au-dessous d'un navire. La masse volumique de l'eau de la mer est 1.03×10^3 kg/m^3 et $B = 2.2$ GPa.

Solution On a : $v = \sqrt{B/\rho} = 1.46 \times 10^3$ m/s. C'est quatre fois la vitesse du son dans l'air (tableau 18.1).

18.4 Énergie d'onde

Quand on envoie une onde dans une corde tendue, on fournit de l'énergie pour le mouvement de la corde. En se déplaçant, l'onde transporte cette énergie sous forme d'énergie cinétique E_C et d'énergie potentielle élastique E_P. L'énergie cinétique d'un élément de corde à chaque position dépend de sa vitesse transversale $v_y = dy/dt$, tandis que l'énergie potentielle dépend de l'étirement de l'élément de corde. On aura aux deux cas éxtrèmes:

- En $y = 0$: L'élément de corde de masse $dm = \mu dx$ a un déplacement minimum. La vitesse transverse est maximale, donc E_C est maximale. L'élément est étiré au maximum, dont $E_P = 0$.
- En $y = y_{max}$: Le déplacement est maximal, dont E_P est maximale et $E_C = 0$, puisque la vitesse est zero.

On peut montrer que l'énergie transmise par une onde élastique est proportionnelle au carré de l'amplitude (y_m^2) et au carré de la fréquence angulaire (ω^2).

18.5 Réflexion, absorption et transmission

Chaque type d'ondes peut subir des réflexions, des absorptions et des transmissions en interagissant avec les milieux matériels. Considérons une corde de longueur finie, dont une des extrémités est tenue fixe (figure 18.4) ou complètement libre (figure 18.5).

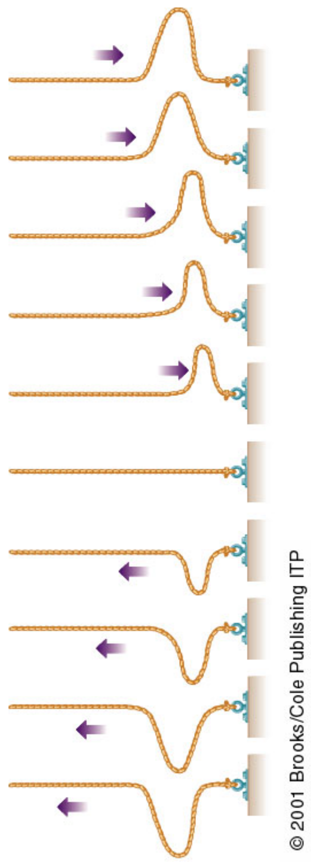

Figure 18.4: Réflexion d'une impulsion d'onde sur l'extrémité fixe d'une corde. En arrivant à cette extrémité, l'impulsion exerce une force verticale sur le point d'ancrage. Celui-ci exerce, par réaction, une force opposée sur la corde. Quand la corde tire vers le haut, la fixation tire vers le bas. C'est cette force vers le bas, exercée par la fixation sur la corde, qui engendre l'onde réfléchie renversée par rapport à l'onde incidente et qui se propage en sens opposé.

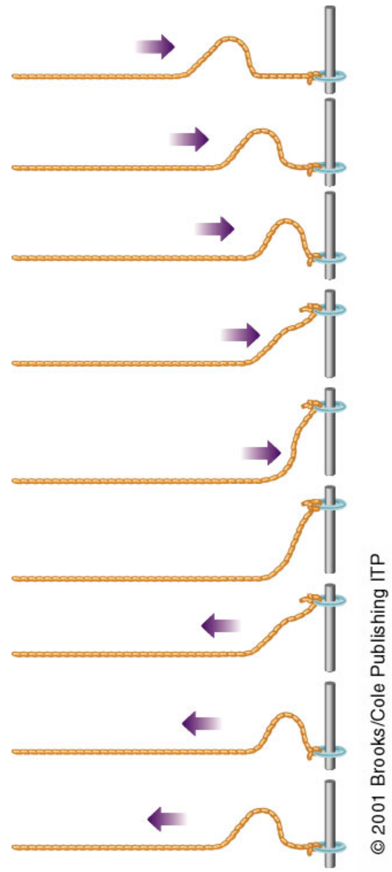

Figure 18.5: Réflexion d'une impulsion su l'extrémité libre d'une corde. Cette extrémité monte jusqu'à ce que toute l'énergie du segment extrême soit emmagasinée élastiquement. Elle s'arrête à un déplacement vertical maximum égal au double de la hauteur de crête de l'onde incidente. Ainsi transportée vers le haut par son inertie, le segment final tire la corde vers le haut, générant une impulsion réfléchie non renversée par rapport à l'onde incidente, et qui se propage en sense opposé.

En rencontrant un **obstacle fixe**, l'énergie ne peut que se réfléchir. L'onde réfléchie transporte toute l'énergie incidente. À l'extrémité fixe, nous devons avoir $y_i + y_r = 0$, alors $y_r = -y_i$. L'onde réfléchie est donc de même amplitude, de même longueur d'onde **mais** de signe opposé. Elle est déphasée de 180°.

L'extrémité de la **corde libre** monte jusqu'à ce que toute l'énergie soit emmagasinée élastiquement. La corde descend ensuite, produisant une onde réfléchie de même amplitude, même longueur d'onde et de même signe. Il y a alors réflexion sans changement de phase. Un effet similaire a lieu quand les vagues à la surface de l'eau viennent frapper un mur.

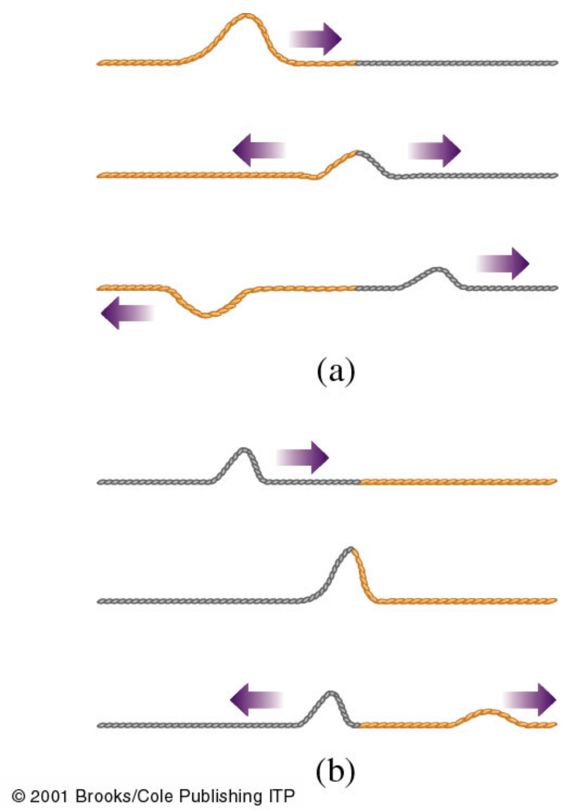

Figure 18.6: Réflexion et transmission d'une impulsion ondulatoire en un point séparant deux milieux. La corde la plus sombre a une plus grande masse linéique.

Si l'extrémité d'une corde dissipe de l'énergie par frottement ou autre processus, l'impulsion réfléchie a moins d'énergie, donc l'amplitude est plus petite; nous disons qu'il y a une **absorption**. Quand une onde passe d'un milieu à un autre avec des caractéristiques différentes, il y a redistribution de l'énergie; dans ce cas, nous parlons de **transmission**. Discutons les deux cas suivants (figure 18.6):

- Cas (a): Soit une impulsion ondulatoire se propageant sur une corde de faible masse linéique μ qui arrive sur l'interface avec une deuxième corde de masse linéique plus grande. La plus grande inertie de la deuxième corde gène le mouvement à l'interface. Le second milieu exerce une force de réaction qui s'oppose au mouvement et produit une onde réfléchie renversée (déphasage 180^o).
- Cas (b): Si le premier milieu est plus dense que le second, la situation ressemble à celle d'une extrémité libre. Il n'y a alors aucun changement de phase de l'onde réfléchie par rapport à l'onde incidente.

Si l'onde incidente est périodique, l'onde transmise aura la même fréquence mais une vitesse différente, donc λ différent ($v = \lambda f$). Plus un milieu est dense, plus la longueur d'onde est courte. Le fait que les fréquences des ondes incidente, réfléchie et transmise soient les mêmes est vrai quelle que soit la nature de la perturbation (mécanique, lumineuse...).

Une fraction de l'énergie incidente est transmise dans le second milieu. Les vitesses des impulsions dans les deux cordes sont différentes (analogie avec chocs élastiques) car les deux cordes ont la même tension mais des masses linéiques différentes.

Exercices

Exercice 18.1. Il est d'usage de définir le **nombre d'onde** comme $k = 2\pi/\lambda$. Montrer qu'une onde sinusoïdale, qui se propage dans le sens des x positifs avec une vitesse v, peut être écrite sous la forme $\psi = A \sin k(x - vt)$. Montrer qu'elle peut être écrite aussi sous la forme $\psi = A \sin(kx - \omega t)$.

Exercice 18.2. On considère l'onde $y(t) = A \sin(kx - \omega t)$ se propageant le long d'une corde horizontale tendue. Écrire l'expression de la vitesse verticale d'un point quelconque de la corde (de coordonnée x donnée).

Exercice 18.3. Un télégraphe-jouet envoie des impulsions ondulatoires transversales mécaniques le long d'une corde tendue. Il opère entre deux maisons voisines en utilisant une corde de 12 m et d'un poids total de 0.20 N. Que doit être la tension de la corde pour que les signaux se déplacent au moins aussi vite que si les utilisateurs se parlaient directement? Prendre la vitesse du son dans l'air égale à 333 m/s.