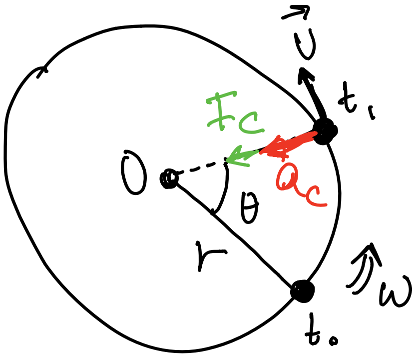
LE MOUVEMENT DE ROTATION

PGC-07

MOUVEMENT CURVILIGNE UNIFORME – RAPPEL



$$\omega = \frac{d\theta}{dt}$$

v, ω : constants

$$v = r \cdot \omega$$

$$a_c = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r$$

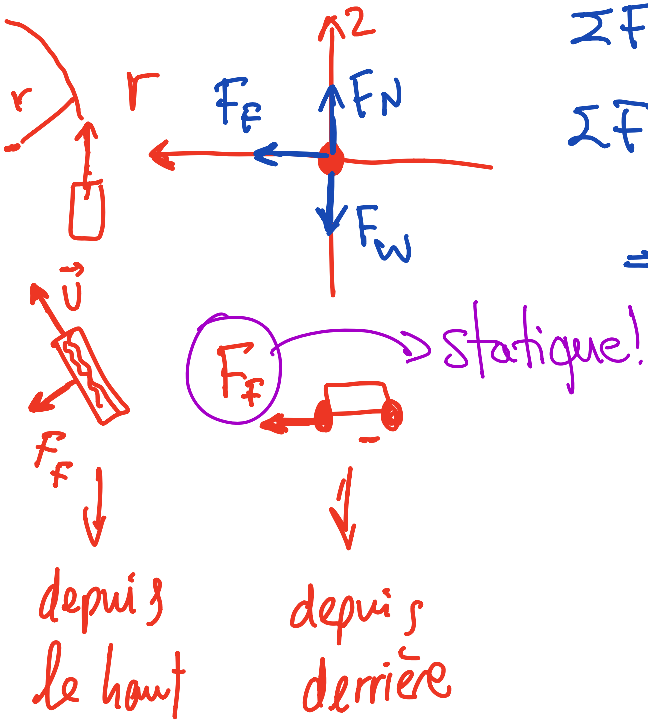
$$F_c = m a_c = \frac{m v^2}{r} = m \omega^2 r$$

centripète

$\vec{a}_c \parallel \vec{r}$ $\uparrow\downarrow$ vers le centre cercle

EXEMPLE – TOURNER AU COIN I

Quelle est la vitesse maximale d’une voiture de 1500 kg pour qu’elle prenne un virage de rayon r = 50 m sans glisser? Considerez μ_s = 1.0.



$$\Sigma F_z = 0 \Rightarrow F_N = F_W = mg \quad (1)$$

$$\Sigma F_r = F_f^{max} = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow \mu_s F_N = \frac{mv^2}{r}$$

$$\Rightarrow v^2 = \frac{\mu_s F_N \cdot r}{m} \overset{(1)}{=} \frac{\mu_s \cdot \cancel{m} g \cdot r}{\cancel{m}}$$

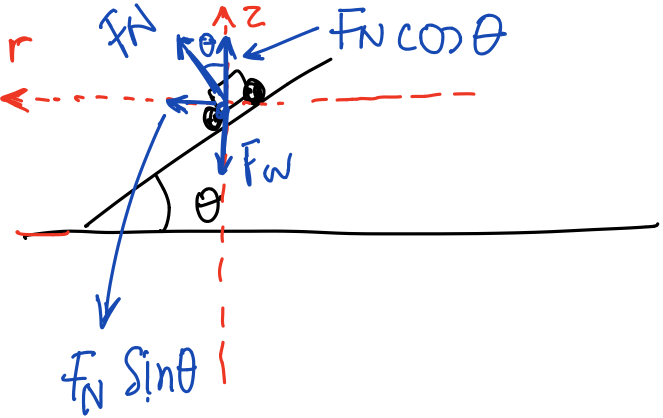
$$\Rightarrow v^2 = \mu_s g r$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{\mu_s g r}$$

$$= \cdots 22 \text{ m/s}$$

EXEMPLE – TOURNER AU COIN II

Cette même voiture prend un virage de rayon r = 70 m à une autoroute relevée à une angle θ = 15º. Quelle est la vitesse v_0 à la quelle la voiture peut tourner sans l'assistance du frottement.



$$\sum F_z = 0 \Rightarrow F_N \cos\theta = mg$$

$$\Rightarrow F_N = \frac{mg}{\cos\theta} \quad (1)$$

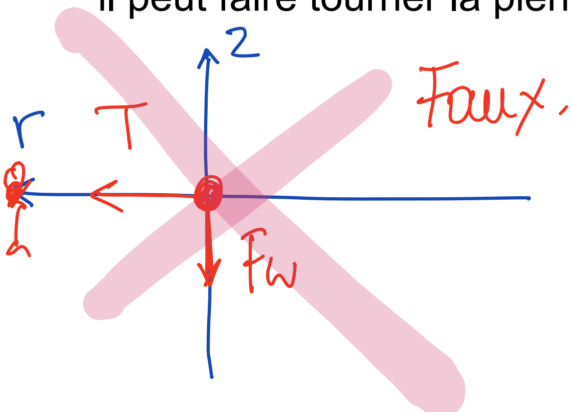
$$\sum F_r = F_N \sin\theta = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow$$

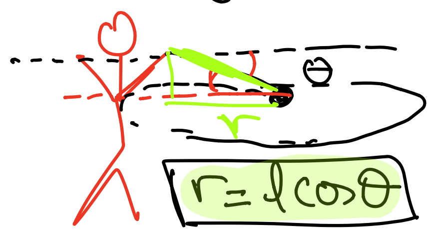
$$\Rightarrow v^2 = \frac{F_N \sin\theta \, r}{m} \overset{(1)}{=} g\frac{\sin\theta}{\cos\theta} r$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{v = \sqrt{gr\tan\theta}}} = \dots 14\ m/s$$

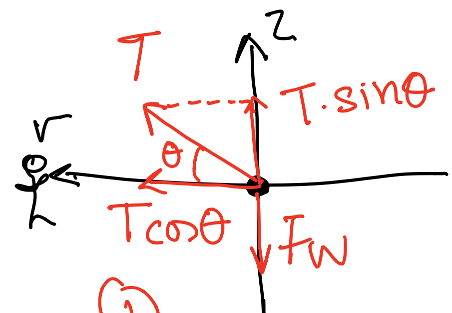
EXEMPLE – PIERRE SUR CORDE

Un chasseur de l'âge de pierre fixe une pierre sur une corde de longueur d'1 m et la tourne dessus de sa tête 'horizontalement'. Si la corde se casse à une tension de 200 N, quelle est la vitesse angulaire maximale en rpm avec la quelle il peut faire tourner la pierre? $m = 1\,kg.$





$$\boxed{r = l\cos\theta}$$



$$\Sigma F_z = T\sin\theta - F_w = 0 \quad (1)$$

$$\Sigma F_r = T\cos\theta = \frac{mv^2}{r} \quad (2)$$

$$(1) \Rightarrow \sin\theta = \frac{F_w}{T} = \frac{mg}{T}$$

$$(2) \Rightarrow v^2_{max} = \frac{F_T\cos\theta\, r}{m} = \frac{F_T\cos\theta\; l\cos\theta}{m} = \frac{F_T\, l\cos^2\theta}{m} = \frac{F_T\, l(1-\sin^2\theta)}{m}$$

$$\omega = v_{max}/r$$

QUESTION

Une balle roule du sommet d'une colline avec une vitesse *v*. À ce moment:

(a) $F_N > F_W$

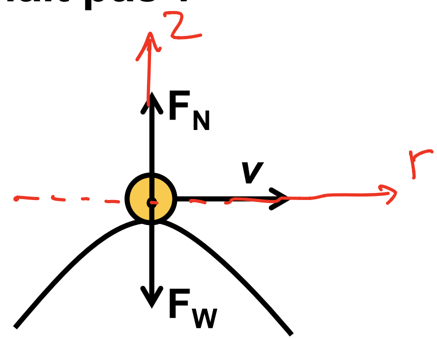
(b) $F_N = F_W$

(c) $F_N < F_W$

(d) On ne peut pas dire si on ne connait pas *v*

$$F_c = \Sigma F_z \neq 0$$

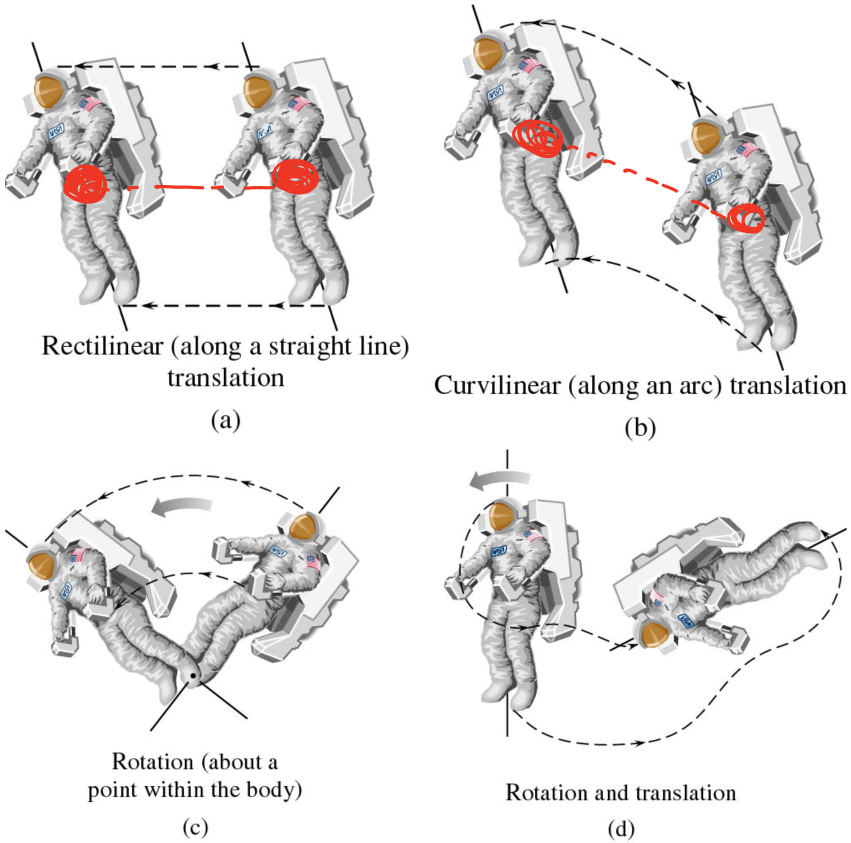
$$\Sigma F_r = 0$$



MOUVEMENT DE ROTATION

Translation.

Rotation.

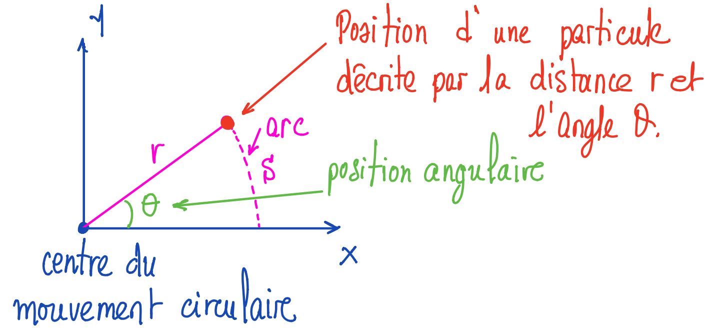


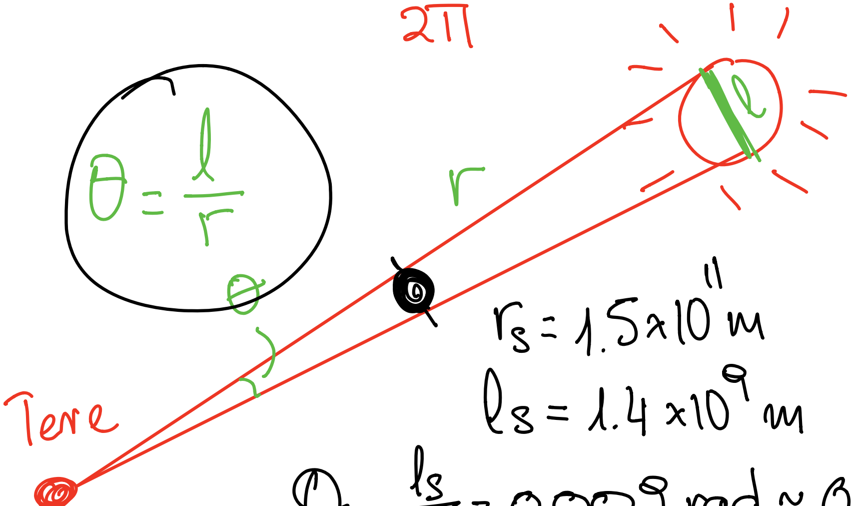
PARAMÉTRISATION DU MOUVEMENT DE ROTATION

Déplacement angulaire.

θ : radian

$$1 \text{ radian} = \frac{360^\circ}{2\pi} = 57.3^\circ$$



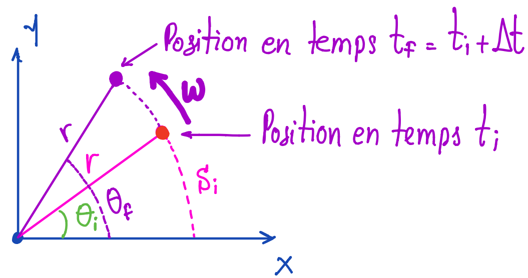


$$r_S = 1.5 \times 10^{11}\ m$$

$$l_S = 1.4 \times 10^{9}\ m$$

$$\theta = \frac{l_S}{r_S} = 0.009 \text{ rad} \simeq 0.5^\circ$$

(même pour lune!)

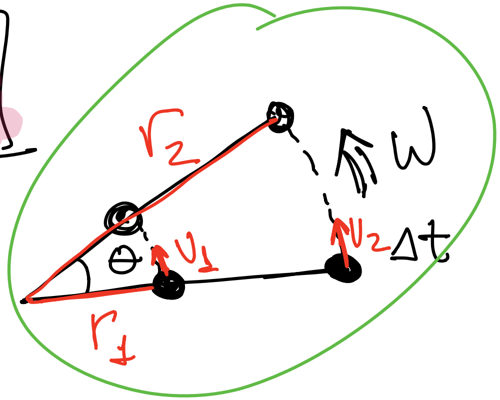


LA VITESSE ANGULAIRE

$$\Delta l = r\,\Delta\theta$$

$$v_m = \frac{\Delta l}{\Delta t} = r\,\frac{\Delta\theta}{\Delta t} = r\cdot\omega_m$$

$$\Delta t \to 0 \qquad \omega = \frac{d\theta}{dt} \qquad \boxed{v = r\omega}$$



$\boxed{\omega = \text{const.}}$

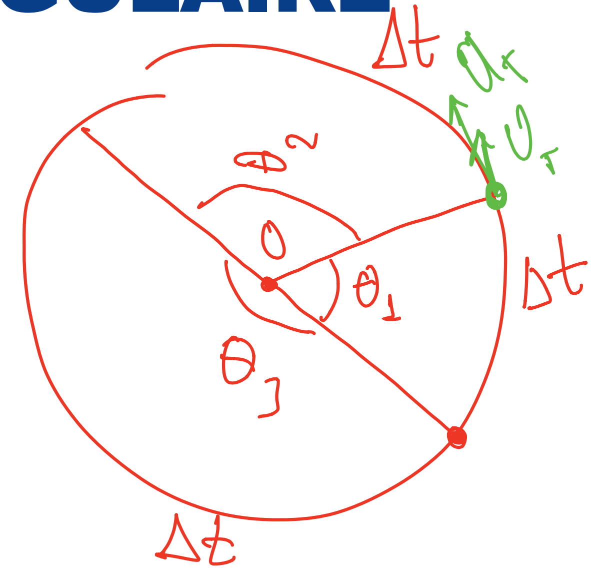
$\boxed{\omega \neq \text{const}}$

$$v_1 = r_1\,\omega$$

$$v_2 = r_2\,\omega$$

ACCÉLÉRATION ANGULAIRE

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} \neq \text{constant}$$



$$a_{my}^{ang} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{\omega_f - \omega_i}{\Delta t}$$

$$[a_m] = \frac{[\omega]}{[t]} = \frac{rad}{s^2}$$

$\Delta t \to 0$ $$a_{ang} = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

$$a_{ang} = a_m^{ang} = \text{constante}$$

a_{ang}

$$a_{ang} \neq a_T \qquad v = r\omega \qquad \frac{dv}{dt} = r\frac{d\omega}{dt} = a_T = r\,a_{ang}$$

ACCÉLÉRATION ANGULAIRE ET ACCÉLÉRATION CENTRIPÈTE

$$l = r \cdot \theta \qquad [l, r] : m \qquad [\theta] : rad$$

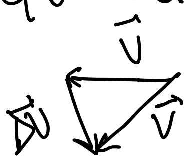
$$\frac{dl}{dt} = r \frac{d\theta}{dt}$$

$$v = r \cdot \omega \qquad [v] : m/s \qquad [\omega] : rad/s$$

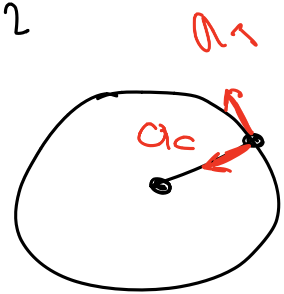
$$\frac{dv}{dt} = r \frac{d\omega}{dt}$$

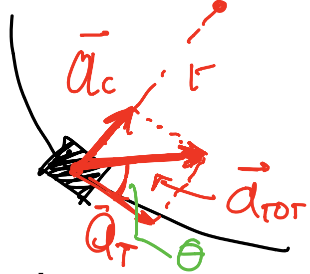
$$a_T = r \cdot a_{ang} \qquad [a_T] : m/s^2 \qquad [a_{ang}] : rad/s^2$$

$$dv = v\, d\theta$$



$$a_c = \frac{v^2}{r} \qquad [a_c] = m/s^2$$





$a_{ang} = 0.20\ rad/s^2$
$\omega = 0.60\ rad/s$
$r = 50m$
$v = ?\ a_c = ?\ a_T = ?$
$a_{TOT}?$

EXEMPLE

Une voiture de Formule 1 prend un virage de 50m de rayon avec une vitesse angulaire de 0.60 rad/s et une accélération angulaire de 0.20 rad/s^2. Calculez sa vitesse linéaire au début du virage, son accélération centripète, ses accélérations tangentielle et totale.

$v = r \cdot \omega = 50m \cdot 0.60\ \frac{rad}{s} = 30\ m/s$

$a_c = \frac{v^2}{r} = \ldots 18\ m/s^2$

$a_T = r \cdot a_{ang} = 10\ m/s^2$

$a_{TOT} = \sqrt{a_c^2 + a_T^2} = 21\ m/s^2$

$\tan\theta = \frac{a_c}{a_T} = \ldots$

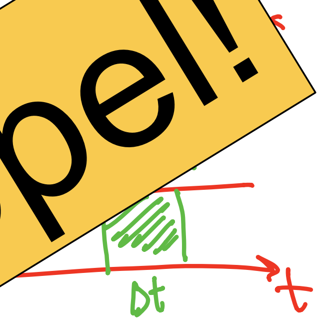
RESUMÉ

Rappel!

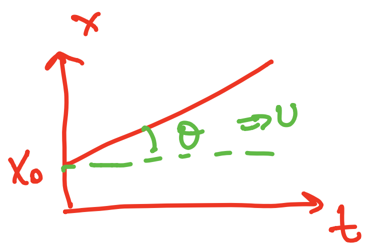
vitesse

MRU, $a=0$

$$v = \frac{dx}{dt} = \text{constant}$$



$$[v] = \frac{m}{s}$$



MRUA accélération

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}$$

$$\boxed{v = at + v_0} \quad (1) \quad v=f(t)$$

$$\boxed{x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0} \quad (2) \quad x=f(t)$$

$$[a] = \frac{m}{s^2} \quad SI$$

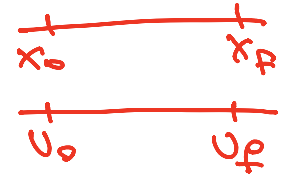
$$(1) \Rightarrow t = \frac{v - v_0}{a}$$

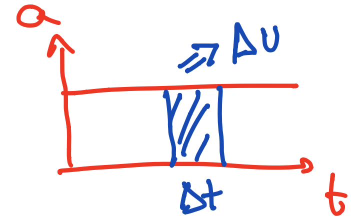
$$(2) \Rightarrow \boxed{v^2 = 2ax + v_0^2} \quad (3)$$

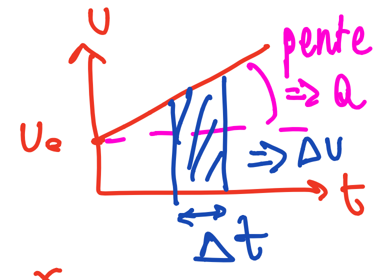
$v=f(x)$

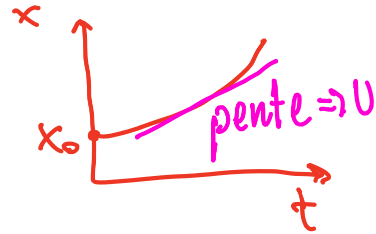
$x=f(v)$

pour $x_0=0$









MOUVEMENT CURVILIGNE UNIFORMÉMENT ACCÉLÉRÉ

MRUA

$v = v_0 + at$

$v_m = \frac{1}{2}(v + v_0)$

$x = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$

$v^2 - v_0^2 = 2ax$

$x_0 = 0$

MCUA

$$\left.\begin{aligned} v &= v_0 + a_T t \\ v_m &= \frac{1}{2}(v + v_0) \\ l &= v_0 t + \frac{1}{2} a_T t^2 \\ v^2 - v_0^2 &= 2 a_T l \end{aligned}\right\} (1)$$

l : arc

$$\left.\begin{aligned} l &= r\theta \\ v &= r\omega \\ a_T &= r a_{ang} \end{aligned}\right\} (2)$$

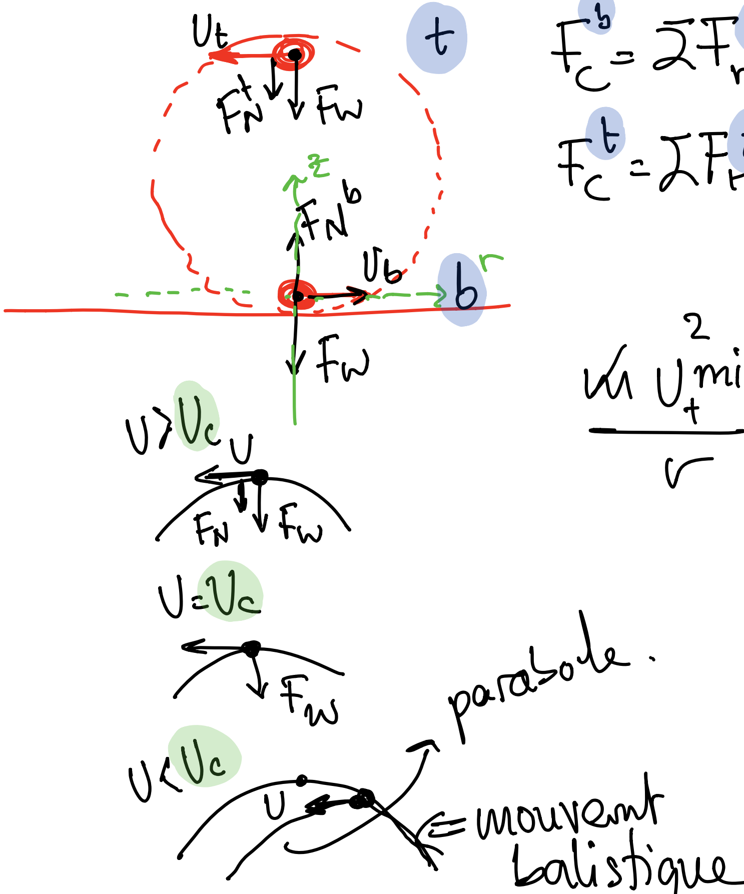
$\omega = \omega_0 + a_{ang} t$

$\omega_m = \frac{1}{2}(\omega + \omega_0)$

$\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2} a_{ang} t^2$

$\omega^2 - \omega_0^2 = 2 a_{ang} \theta$

EXEMPLE – LOOP VERTICAL



$$F_c^b = \sum F_r^b = F_N^b - F_W = \frac{m v_b^2}{r} \Rightarrow F_N^b = \frac{m v_b^2}{r} + mg > mg \Rightarrow$$

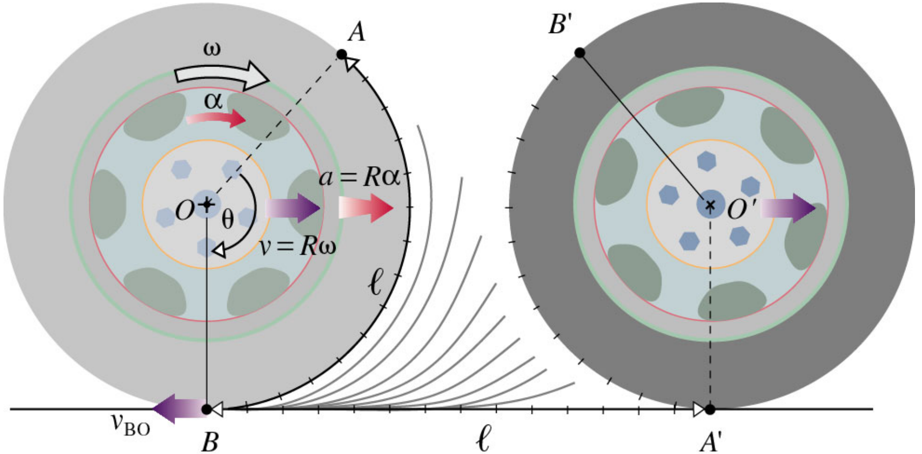
$$F_c^t = \sum F_r^t = F_N^t + F_W = \frac{m v_t^2}{r} \Rightarrow$$

$$F_N^t = \frac{m v_t^2}{r} - mg > 0$$

$$\frac{\cancel{m}\, v_t^{min\,2}}{r} = \cancel{m} g \Rightarrow v_t^{min} = v \text{ critique}$$

$$\Rightarrow v_c = \sqrt{rg}$$

ROULEMENT SANS GLISSEMENT



comme dans les notes. Point important:

$$\boxed{v_{OS} = v_{BO} = v = R\omega}$$

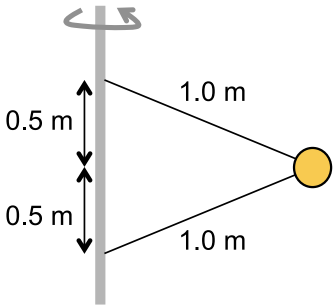
EXEMPLE

Exercice 7.1. Un cycliste, roulant à 5.0 m/s, accélère uniformément jusqu'à 10.0 m/s en 2.0 s. Les pneus du vélo ont 35.0 cm de rayon. Un petit caillou est pris dans la bande de l'un d'eux. (a) Quelle est l'accélération du caillou pendant ces deux secondes? (b) De quel angle a-t-il tourné? (c) Quelle est la distance parcourue par ce caillou pendant l'accélération?

Point important pour (b): vitesse caillou même que vitesse velo!

(voir page precedente).

EXEMPLE
SE BALANCER SUR DEUX CORDES



Question: quel est la vitesse angulaire "critique" pour que les deux cordes restent tendues?

(À résoudre en classe vendredi 20/10).