

L'ÉNERGIE

ÉNERGIE POTENTIELLE ET MÉCANIQUE, PUISSANCE

PGC-11



ÉNERGIE POTENTIELLE GRAVITATIONNELLE

$$W = \Delta E_c$$

$$E_p = mgh$$

Energie potentielle.

$$F \cdot \Delta y = \frac{1}{2} m v_f^2 - \frac{1}{2} m v_i^2$$

$$mg(y_i - y_f) = \frac{1}{2} m v_f^2 - \frac{1}{2} m v_i^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m v_i^2 + mg y_i = \frac{1}{2} m v_f^2 + mg y_f$$

E_{ci}

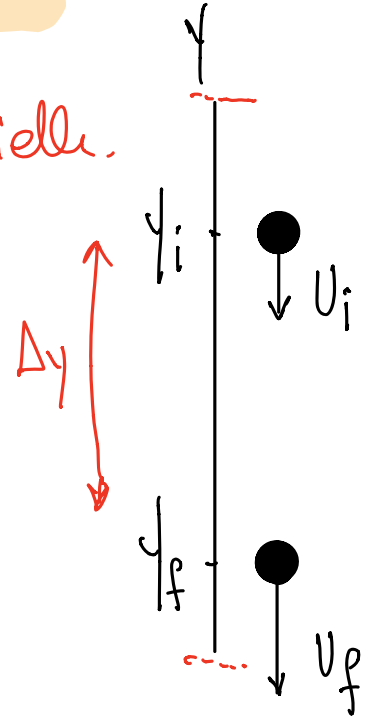
E_{pi}

E_{cf}

E_{pf}

+
-

$E_p : \otimes$



ÉNERGIE POTENTIELLE GRAVITATIONNELLE TERRESTRE

$$\Delta E_p = E_{p_f} - E_{p_i} = W_F = \int_{r_i}^{r_f} \vec{F} \cdot d\vec{l}$$

$$= \int_{r_i}^{r_f} F_G \, dl$$

$$F_G = \frac{GmM}{r^2}$$

$$\int \frac{1}{r^2} = -\frac{1}{r} + C$$

$$= \int_{r_i}^{r_f} \frac{GmM}{r^2} \, dr \Rightarrow$$

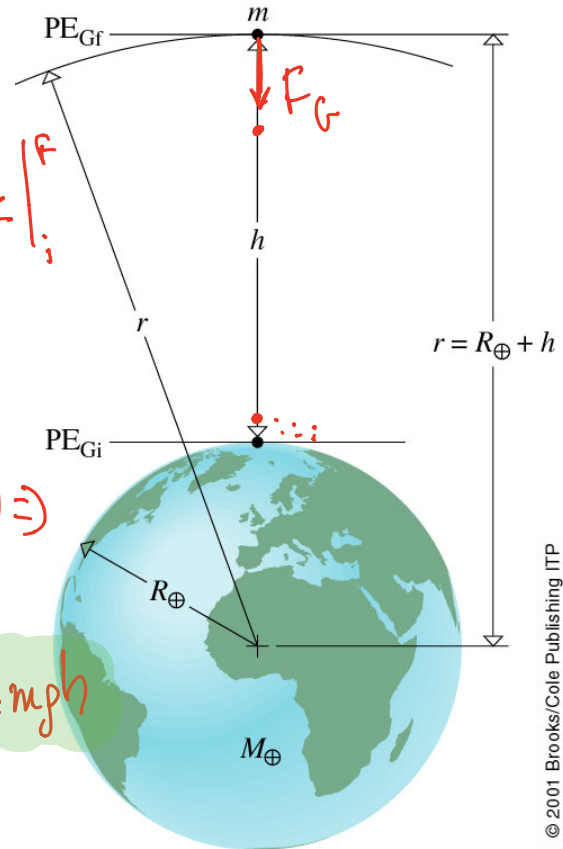
$$\Delta E_p = GmM \left(\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_f} \right) = GmM \left(\frac{1}{R_0} - \frac{1}{R_0+h} \right) \Rightarrow$$

$$\Delta E_p = GmM \frac{h}{R_0(R_0+h)}$$

$$h \ll R_0 \Rightarrow R_0+h \approx R_0$$

$$\Delta E_p = \frac{GmM}{R_0^2} \cdot h \Rightarrow \Delta E_p = mgh$$

$$g = \frac{GM}{R_0^2}$$



ÉNERGIE POTENTIELLE GRAVITATIONNELLE TERRESTRE

$$\Delta E_p = G m M \left(\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_f} \right)$$

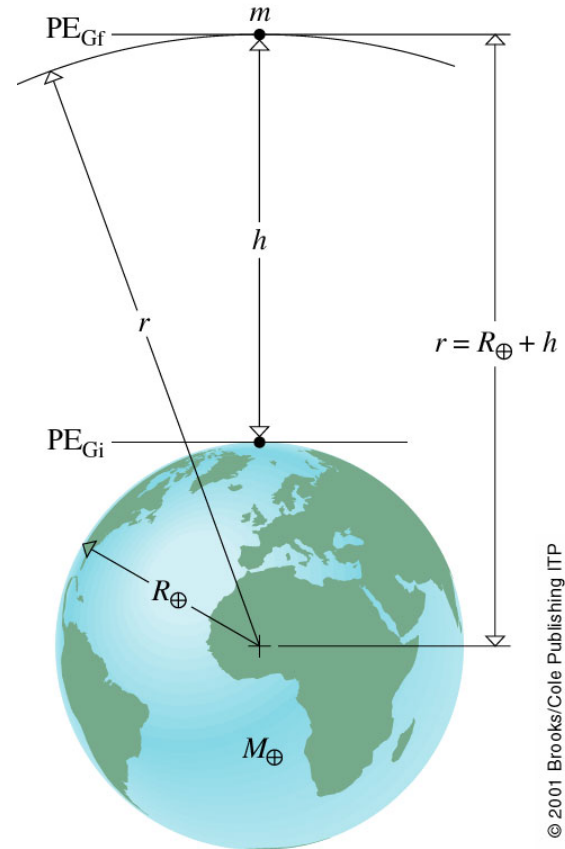
$$E_p = 0 \quad \text{à} \quad r_{\infty} \gg R_0$$

$$r_f = R_0 + h$$

$$\Delta E_p = G m M \left(\frac{1}{r_{\infty}} - \frac{1}{R_0 + h} \right) \Rightarrow$$

$$\Delta E_p = - \frac{G m M}{R_0 + h} = - \frac{G m M}{r}$$

$$\Delta E_p = - \frac{G m M}{r}$$



ÉNERGIE MÉCANIQUE ET SA CONSERVATION

$$E_{\text{mec.}} = E_c + E_p$$

$$W_{\text{ext}} = \Delta E_M = \Delta E_c + \Delta E_p = E_M^F - E_M^i$$

$$W_{\text{ext}} = 0 \Rightarrow \underline{\underline{\Delta E_M = 0}}$$
$$E_M^F = E_M^i$$

CONSERVATION D'ÉNERGIE MÉCANIQUE

$$W = F \cdot h$$

$$\Delta E_c = \frac{1}{2} m v_f^2 - \frac{1}{2} m v_i^2$$

$$W = \Delta E_c \Rightarrow$$

$$mg(y_i - y_f) = \frac{1}{2} m v_f^2 - \frac{1}{2} m v_i^2$$

$$mg y_i + \frac{1}{2} m v_i^2 = \frac{1}{2} m v_f^2 + mg y_f$$

$$E_{pi} + E_{ci} = E_{cf} + E_{pf}$$

$$\Rightarrow E_{mi} = E_{mf}$$

$$E_{pi} = mg y_i + \frac{1}{2} m v_i^2 \quad (1)$$

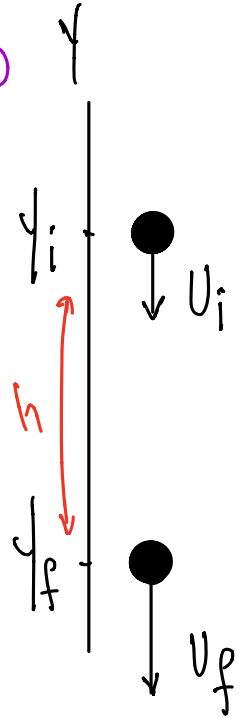
$$E_{pf} = mg y_f + \frac{1}{2} m v_f^2 \quad (2)$$

MRUA

$$v_f^2 = v_i^2 + 2gh \quad (3)$$


$$h = y_i - y_f \quad (4)$$

$$(1), (2) \stackrel{(3)}{\Rightarrow} E_{mi} = E_{mf}$$



WHEREVER THE BALL IS, THE SUM OF THESE TWO FORMS OF ENERGY IS CONSTANT.

IT IS REFERRED TO AS THE LAW OF CONSERVATION OF MECHANICAL ENERGY.*


POTENTIAL ENERGY


KINETIC ENERGY

$$E_p = 0$$



* THIS IS SIMPLY AN APPLICATION OF THE LAW OF CONSERVATION OF ENERGY!

HEIGHT

4 m
(PEAK)



MECHANICAL ENERGY

100%

3 m



75%

25%

2 m



50%

50%

1 m



25%

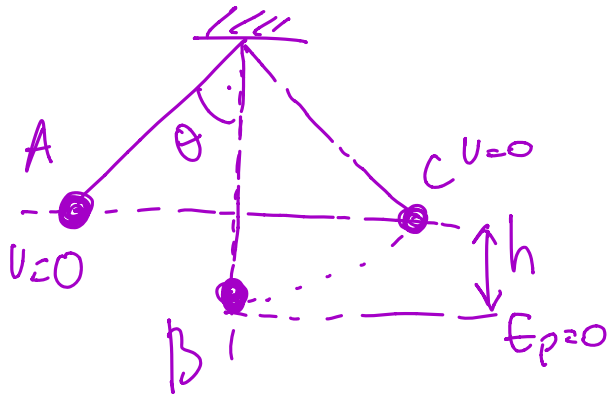
75%

0 m



100%

APPLICATIONS – PENDULE



$$E_M^A = E_p = mgh$$

$$E_M^B = E_c = \frac{1}{2} m v_{\max}^2$$

$$E_M^C = E_p = mgh$$

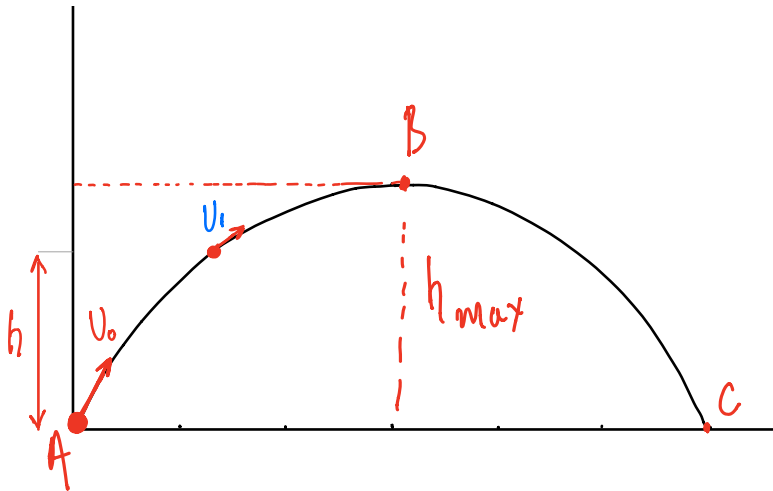
$$W = mgh = \Delta E_c = \frac{1}{2} m v_{\max}^2$$

APPLICATIONS – MOUVEMENT BALISTIQUE

$$E_{MA} = E_{MB}$$

$$\frac{1}{2} m v_0^2 = m g h_{\max}$$

$$\Rightarrow h_{\max} = \frac{v_0^2}{2g}$$



$$E_{MA} = E_{MB} = E_{MC} = E_{MD} \dots$$

QUESTION (A-B) Rouge.

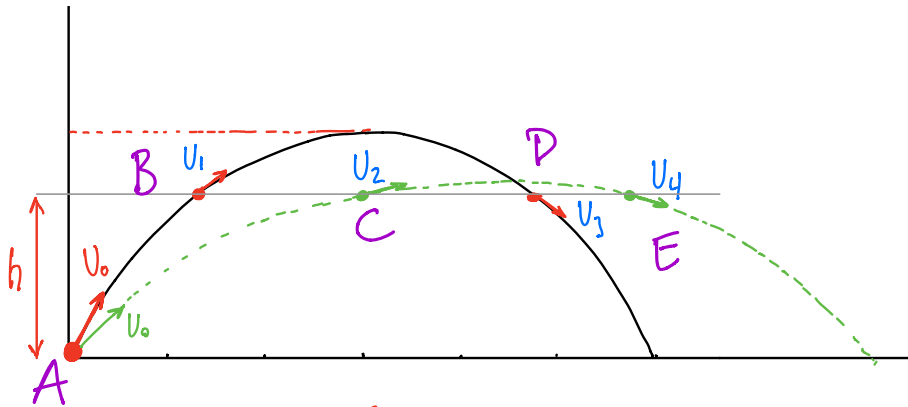
$$\frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} m v_1^2 + mgh$$

(A-C) vert :

$$\frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} m v_2^2 + mgh$$



$$v_1 = v_2$$

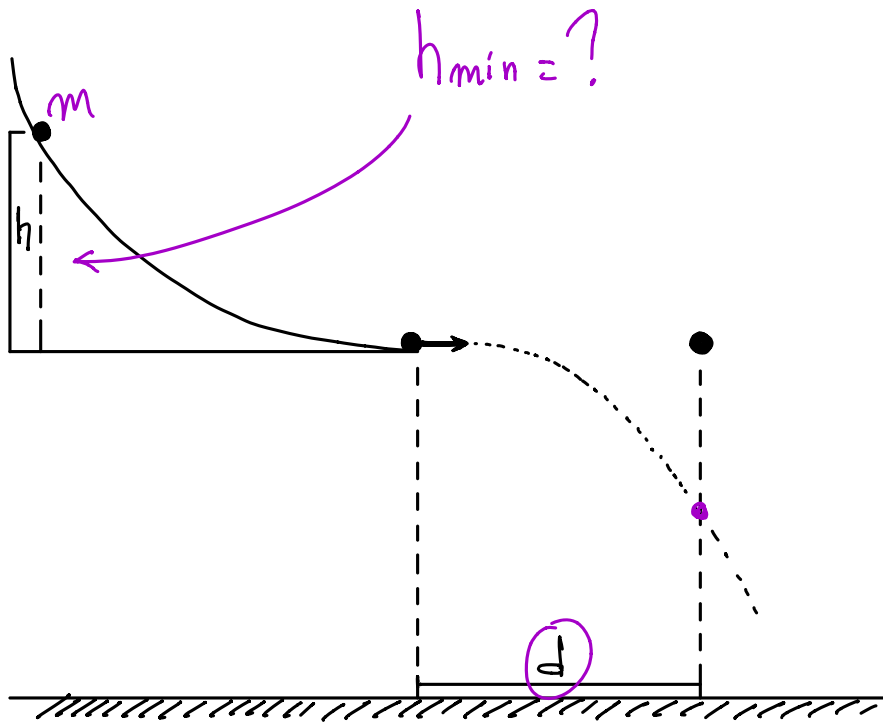


$$v_1 > v_2 \quad v_3 > v_4 \quad (a)$$

$$v_1 = v_3 > v_2 = v_4 \quad (b)$$

$$v_1 = v_2 = v_3 = v_4 \quad (c)$$

APPLICATIONS – MOUVEMENT BALISTIQUE

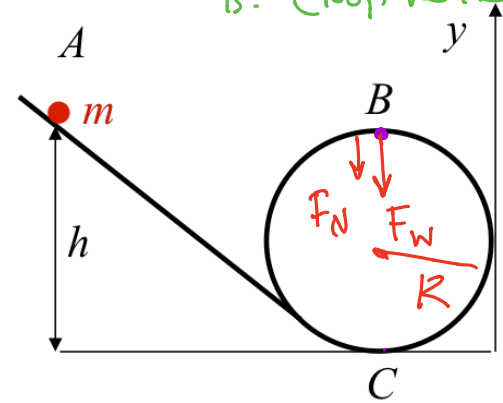


APPLICATIONS – LOOPING

* Voir cours 7 pour plus de détail sur v_B . (loop vertical)

Soit le looping dessiné ci contre.

- Quelle est l'énergie mécanique de la bille au point A?
- Quelle est l'énergie mécanique de la bille en bas du looping?
- De quelle hauteur minimale h faut-il lâcher la bille pour qu'elle passe le looping sans décoller du rail ?



$$E_M^A = mgh$$

$$E_M^C = \frac{1}{2} m v_C^2$$

$$E_M^A = E_M^C$$

$$\Rightarrow mgh = \frac{1}{2} m v_C^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_C = \sqrt{2gh}$$

$$2F_B = \frac{m v_B^2}{R} = F_w + F_N \Rightarrow$$

$$* \parallel \Rightarrow \frac{m v_B^2}{R} = mg \Rightarrow v_B = \sqrt{gR}$$

$$E_M^A = E_M^B \Rightarrow mgh = \frac{1}{2} m v_B^2 + mg(2R) \Rightarrow gh = \frac{1}{2} gR + g(2R)$$

$$h = \frac{5}{2} R$$

EXEMPLE – ÉNERGIE GRAVITATIONNELLE

Pourquoi une planète accélère-t-elle sur son orbite en s'approchant du Soleil ?

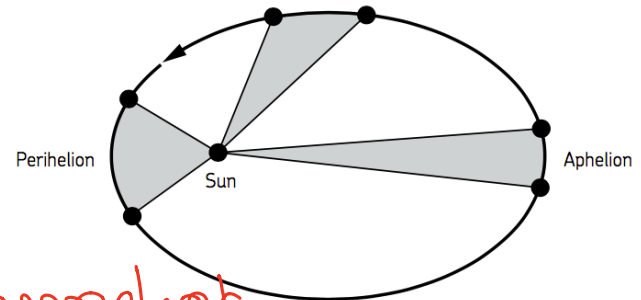
$$E_p + E_c = \text{constante}$$

$$E_p = -\frac{GmM}{r}$$

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2$$

planète s'approche :

$r \Downarrow$ $E_p \Downarrow$ $E_c \Uparrow$



Orbit of a planet according to Kepler's Second Law

VITESSE DE LIBERATION

v_{LIB} $v \Rightarrow E_c$ vaincre la gravité

$$E_i = E_{ci} + E_{pi} = \frac{1}{2} m v_{LIB}^2 - \frac{GmM}{R} \Rightarrow$$

$$E_f = \cancel{E_{cf}} + \cancel{E_{pf}} = 0$$

$$\Rightarrow E_i = E_f \Rightarrow \frac{1}{2} m v_{LIB}^2 = \frac{GmM}{R} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_{LIB} = \sqrt{\frac{2GM}{R}} \Rightarrow v_{LIB} = \sqrt{2g_0 R}$$
$$g_0 = \frac{GM}{R^2}$$

PUISSANCE

W

Puissance = $\frac{\text{Travail}}{\text{Interval de temps}}$

$$P = \frac{\Delta W}{\Delta t}$$

$\Delta t \rightarrow 0$

$$P = \frac{dW}{dt}$$

$$[P] = \frac{J}{s} = \text{Watt (W)}$$

$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{d(\vec{F} \cdot \vec{x})}{dt} = F \cdot \cos\theta \cdot \frac{dx}{dt} = F \cos\theta \cdot v = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

EXEMPLE

La vitesse moyenne de l'ascenseur express de la tour Sears à Chicago est de 548.6 m/min. Quelle est la puissance moyenne délivrée par son moteur lors de la montée d'une charge totale de 1.0×10^3 kg au 103^e étage à 408.4m au-dessus du sol ?



$$\underline{\underline{\Delta W}} = F \cdot h = mgh = 4 \times 10^6 \text{ J} \quad \left| \begin{array}{l} m = 1 \times 10^3 \text{ kg} \\ g = 10 \text{ m/s}^2 \\ h = 408.4 \text{ m} \end{array} \right. \quad P = \frac{\Delta W}{\Delta t}$$

$$\Delta t = \frac{h}{v_m} = 44.6 \text{ s}$$

$$v_m = 548.6 \text{ m/min}$$

$$\text{m/s}$$

$$\Rightarrow v_m = \frac{548.6 \text{ m}}{60 \text{ s}} = 9.14 \text{ m/s}$$

$$P = \frac{\Delta W}{\Delta t} = 90 \text{ kW}$$

QUELQUES EXEMPLES

- La puissance nécessaire pour faire monter 1 kg de 1m par seconde est 9.81 W
- La puissance consommée par une forte ampoule électrique est 50-100 W
- La puissance consommée par un aspirateur est de 400-2000 W
- La puissance produite par une éolienne de 1 à 7 MW
- La puissance produite par un réacteur nucléaire est environ $1,5 \cdot 10^9 \text{ W} = 1.5 \text{ GW}$
(une centrale en comporte plusieurs)