LA CINÉMATIQUE - MRU

PGC-01

MRU

$$\vec{v} = \frac{d\vec{x}}{dt} \quad \text{inst}$$

$$\vec{v}_m = \frac{\Delta\vec{x}}{\Delta t} \quad \text{moy.}$$

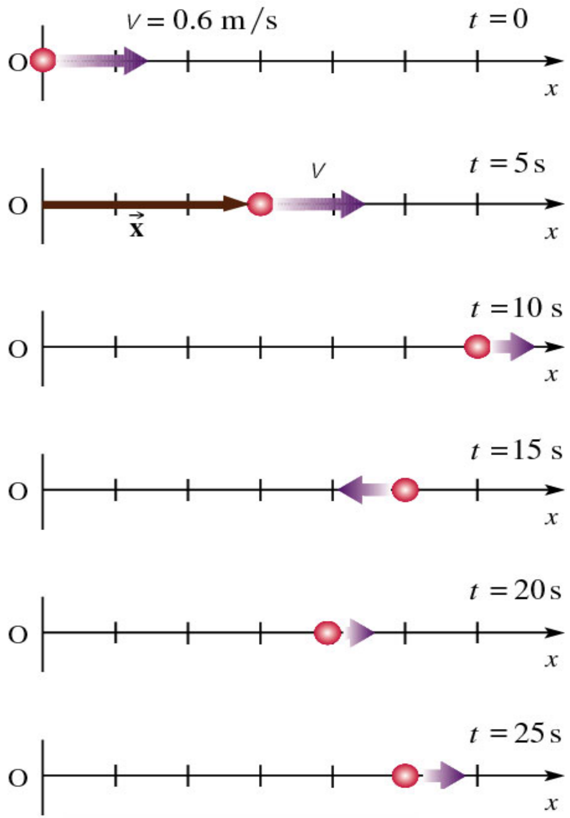
$v = \text{constante}$

$$v = \frac{dx}{dt}$$

$$v_m = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i}$$

$$\Delta x = x_f - x_i$$

$$\Delta t = t_f - t_i$$



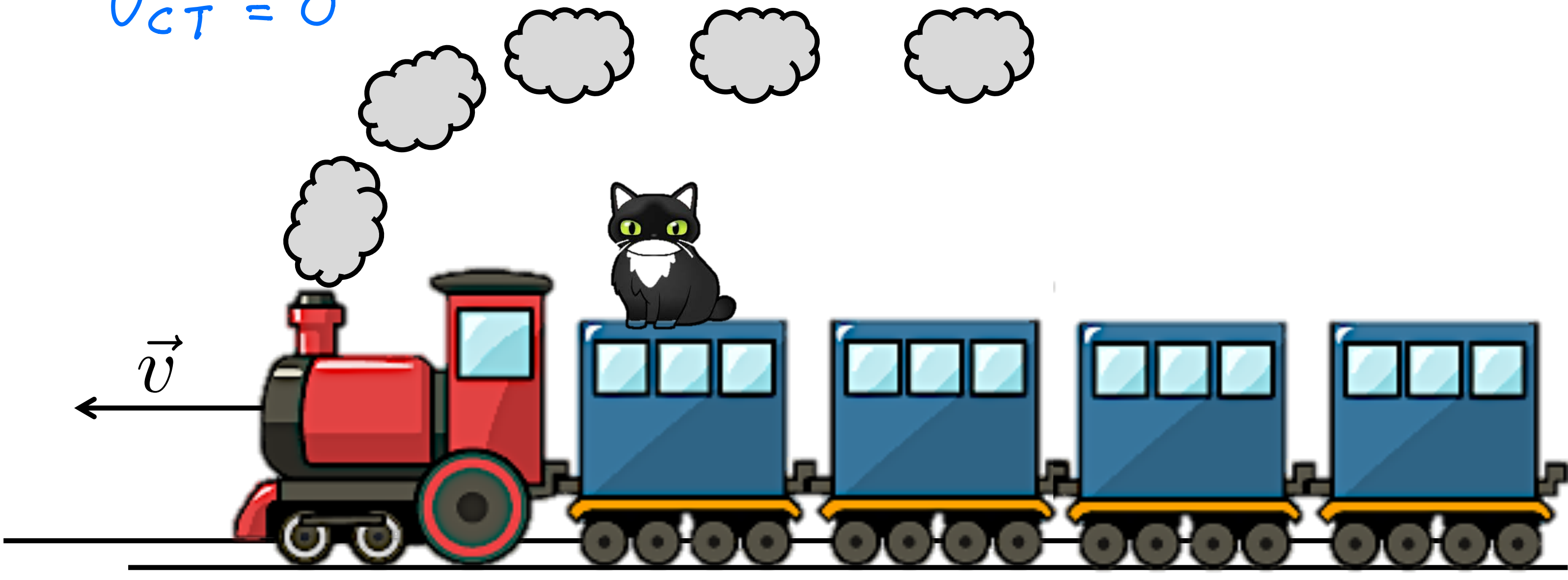
MOUVEMENT RELATIF – 1D

Vitesse du train par rapport au sol: $\vec{v}$ $\equiv \vec{v}_{TS}$

Quelle est la vitesse du chat par rapport à nous qu'on regarde le train bouger?

$\vec{v}_{CS} = \vec{v}_{TS}$

$\vec{v}_{CT} = 0$



MOUVEMENT RELATIF – 1D

Vitesse du train par rapport au sol: $\vec{v}$ et vitesse du voleur par rapport au train: $\vec{v}'$
Quelle est la vitesse du voleur par rapport à nous qu'on regarde le voleur courir?

$\vec{v}_{TS} = \vec{v}$

$\vec{v}_{VT} = \vec{v}'$

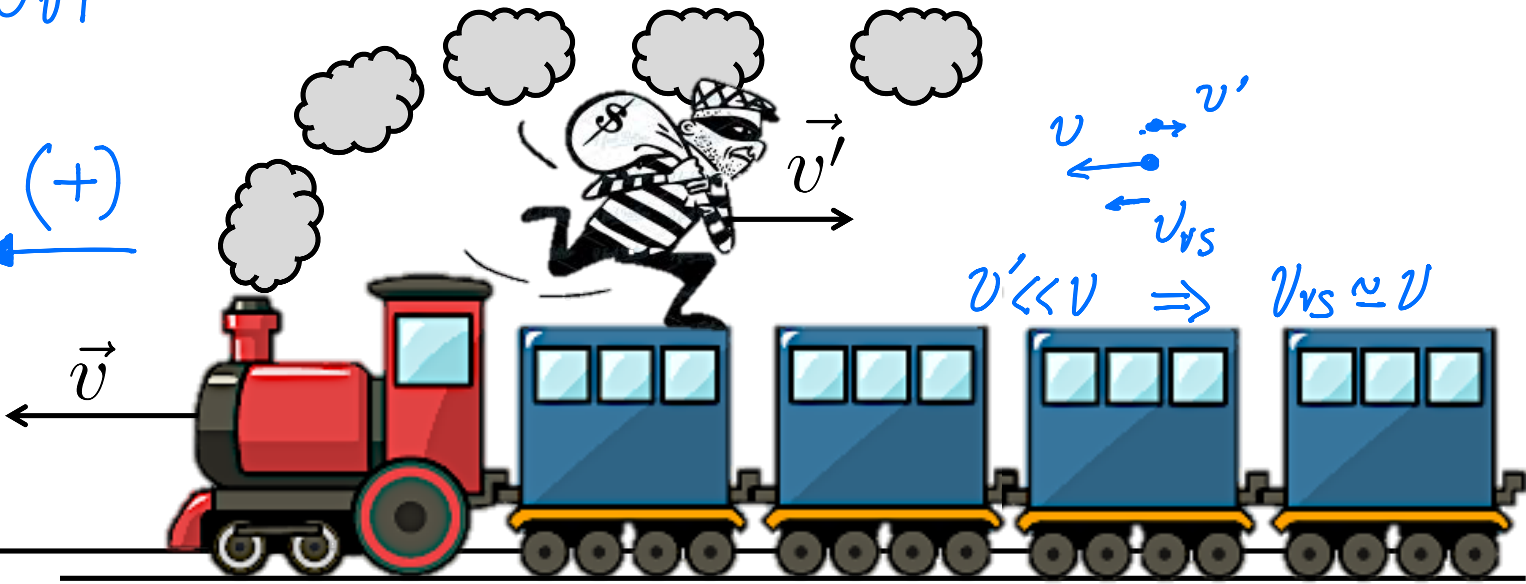
$$\vec{v}_{VS} = \vec{v}_{VT} + \vec{v}_{TS} = \vec{v}' + \vec{v} \Rightarrow$$

$$v_{VS} = -v' + v$$

(+)

v v' v_{VS}

$v' \ll v \Rightarrow v_{VS} \simeq v$



EXEMPLE

$\vec{v}_{it} = \vec{v}_{ic} + \vec{v}_{ct} \Rightarrow$

$v_{it} = -v_{ic} + v_{ct} \Rightarrow$

$\Rightarrow v_{it} = 4.99$ km/h

Dans un train (symbole t) qui se déplace par rapport à la Terre (symbole T) vers l'est à une vitesse v_{tT} = 10km/h, un grand chien (symbole c) se déplace lentement vers la tête du train à une vitesse v_{ct} = 5 km/h. Un insecte (symbole i) vole vers l'ouest à une vitesse v_{ic} = 0.01 km/h par rapport au chien. Quelle est la vitesse de l'insecte par rapport à la Terre (symbole T, v_{iT})?

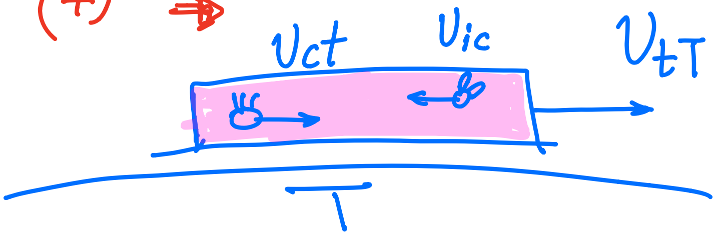
Données: v_{tT}, v_{ct}, v_{ic}

Cherche: v_{iT}

(+)

$v_{iT} = -14.99$ km/h

(+) $\Rightarrow$



$\vec{v}_{iT} = \vec{v}_{ic} + \vec{v}_{cT} =$

$= \vec{v}_{ic} + \vec{v}_{ct} + \vec{v}_{tT} \Rightarrow$

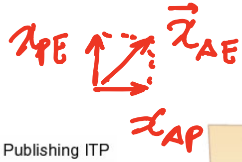
$v_{iT} = -v_{ic} + v_{ct} + v_{tT} \Rightarrow$

$v_{iT} = (-0.01 + 5 + 10)\frac{km}{h} \Rightarrow$

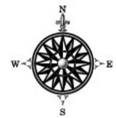
$v_{iT} = 14.99$ km/h dir: Est

MOUVEMENT RELATIF – 2D

$$\vec{x}_{AE} = \vec{x}_{AP} + \vec{x}_{PE}$$



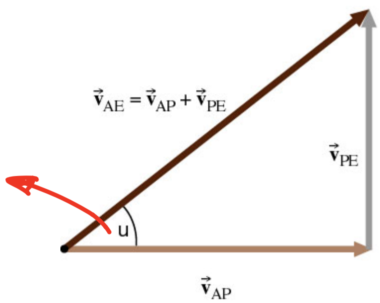
$$\frac{d\vec{x}_{AE}}{dt} = \frac{d\vec{x}_{AP}}{dt} + \frac{d\vec{x}_{PE}}{dt} \Rightarrow$$

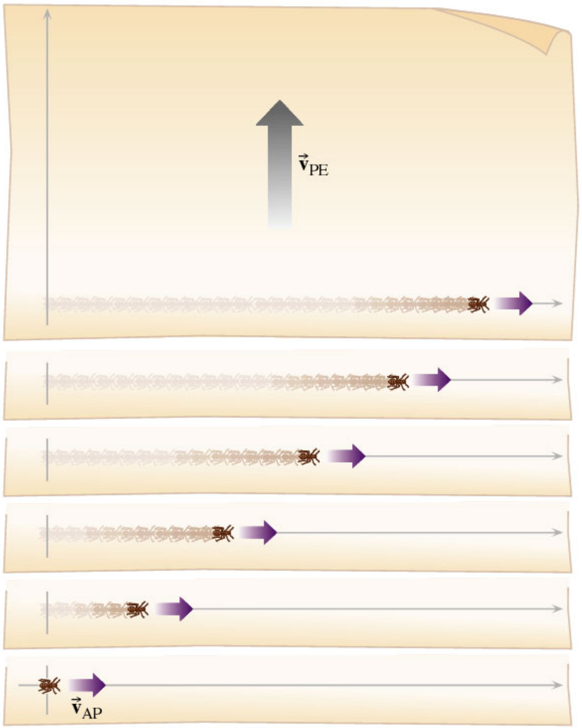


$$\vec{v}_{AE} = \vec{v}_{AP} + \vec{v}_{PE}$$

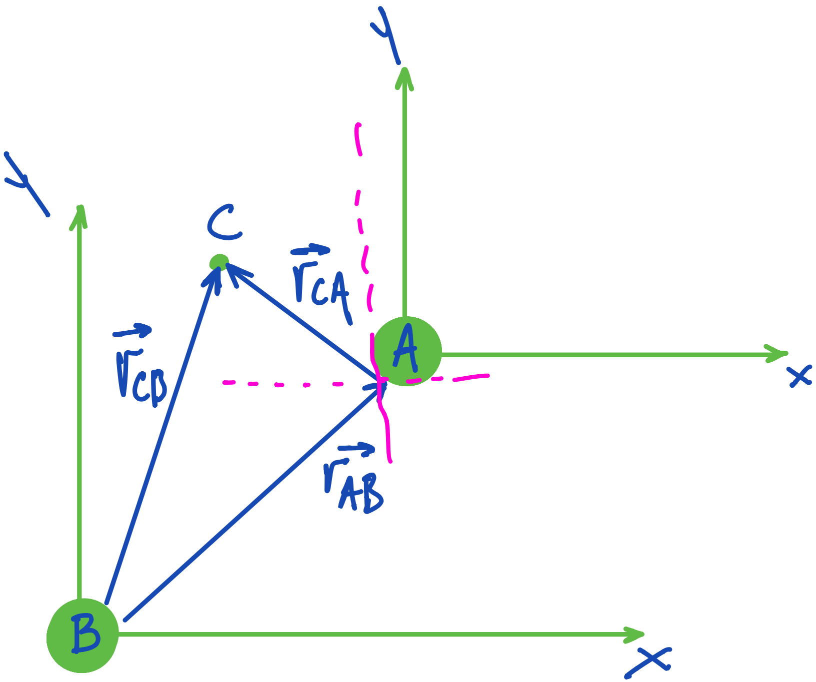
$$\tan u = \frac{v_{PE}}{v_{AP}}$$

$$v_{AE}^2 = v_{AP}^2 + v_{PE}^2$$





MOUVEMENT RELATIF – 2D

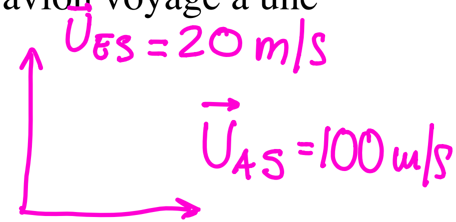


$$\vec{r}_{CB} = \vec{r}_{CA} + \vec{r}_{AB}$$

$$\vec{v}_{CB} = \vec{v}_{CA} + \vec{v}_{AB}$$

MOUVEMENT RELATIF

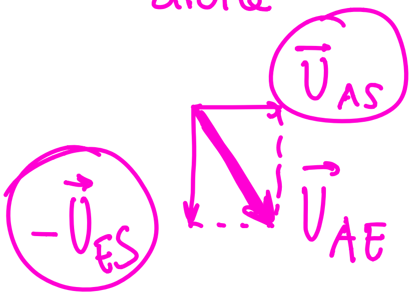
Un avion voyage horizontalement vers la droite à 100 m/s. Il passe un hélicoptère qui monte vers le haut à 20 m/s. Du point de vue de l'hélicoptère, l'avion voyage à une direction et vitesse:



a) Vers le haut et droite, à moins de 100 m/s
b) Vers le haut et gauche, à plus de 100 m/s
c) Vers le bas et droite, à 100 m/s
d) Vers le bas et droite, à moins de 100 m/s
e) Vers le bas et ~~gauche~~ droite, à plus de 100 m/s

$$\vec{U}_{AE} = \vec{U}_{AS} + \vec{U}_{SE} \Rightarrow$$

$$\vec{U}_{AE} = \vec{U}_{AS} - \vec{U}_{ES}$$



$$|U_{AE}| = \sqrt{U_{AS}^2 + U_{ES}^2}$$

LA CINÉMATIQUE - MRUA

PGC-01

L'ACCÉLÉRATION

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

$\vec{a} = 0$: $\vec{v}$ constante

$\vec{a}$ $\vec{v}$ // $\vec{v}$

acceleration moyenne

$$\vec{a}_m = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_f - \vec{v}_i}{t_f - t_i}$$

instantanée

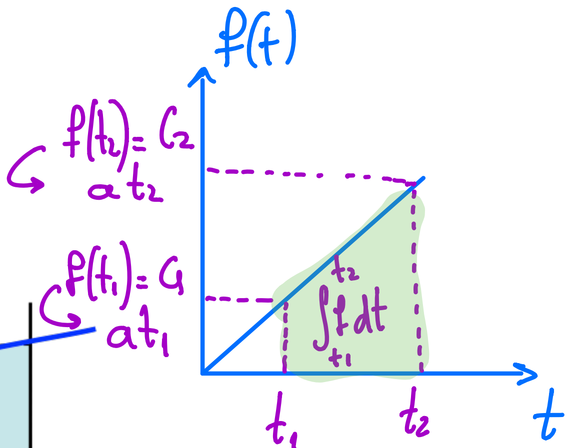
$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \underbrace{\frac{d^2 s}{dt^2}}$$

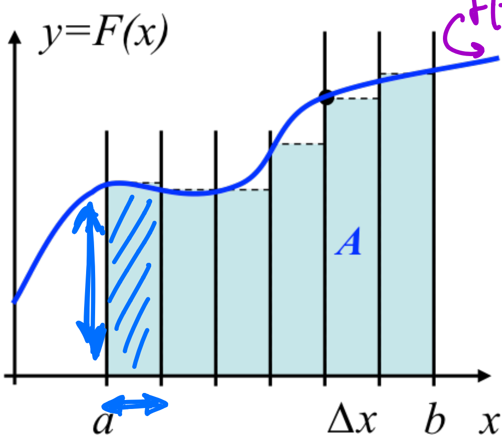
$[a] = \frac{[v]}{[t]} = \frac{m}{s^2}$ en SI

INTEGRAL

$$F(x) = \frac{df}{dx} \Rightarrow f(x) = \int \underbrace{F(x)dx}_{\text{surface}}$$

$$\int_a^b F(x)\,dx = \lim_{\Delta t \to 0} \sum_a^b F(x)\,\Delta x$$





$$f(t) = at$$

$$\frac{df}{dt} = a$$

$$\int_{t_1}^{t_2} f(t)\,dt = \frac{1}{2}C_2 t_2 - \frac{1}{2}C_1 t_1$$

$$= \frac{1}{2}a t_2^2 - \frac{1}{2}a t_1^2$$

$$\int_{t_1}^{t_2} at\,dt = \frac{1}{2}at^2 \Big|_{t_1}^{t_2} =$$

$$= \frac{1}{2}a t_2^2 - \frac{1}{2}a t_1^2$$

A SAVOIR!

Fonction $f(t)$	Dérivée df/dt	Primitive $F = \int f(t)dt + c$
$f_1 + f_2$	$df_1/dt + df_2/dt$	$F_1 + F_2$
$a\ f_1 + b\ f_2$	$a\ df_1/dt + b\ df_2/dt$	$a\ F_1 + b\ F_2$
$f_1 \cdot f_2$	$f_1 \cdot df_2/dt + f_2 \cdot df_1/dt$	
$f(g(t))$	$dg/dt \cdot df(g)/dg$	
$a,\ a = \text{const.}$	0	$at + c$
$at,\ a = \text{const.}$	a	$at^2/2 + c$
$at + b,\ a, b = \text{const.}$	a	$at^2/2 + bt + c$
$at^2,\ a = \text{const.}$	$2at$	$at^3/3 + c$
Ae^{at+b}	$Aae^{at+b} = a\ f(t)$	$(A/a)\ e^{at+b} = f(t)/a$
x^n	$n\ x^{n-1}$	$x^{n+1}/(n+1) + c$

MRUA

mouvement 1-D

$\vec{s}, \vec{v}, \vec{a}$ // $\vec{a}$ constante

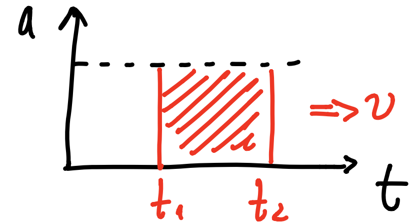
$$a = \frac{dv}{dt} \Rightarrow v = \int_0^t a\,dt = at + v_0$$

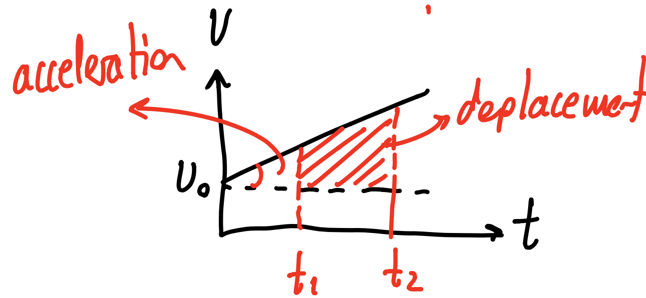
$$x = \int_0^t v\,dt = \int_0^t (at + v_0)\,dt = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$$

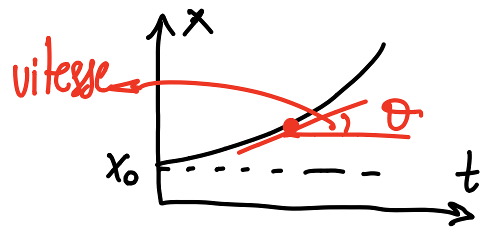
$\vec{a}$ et $\vec{v}$ // $|\vec{a}| > 0 \Rightarrow v > v_0$ acceler

$|\vec{a}| < 0 \Rightarrow v < v_0$ acceler.

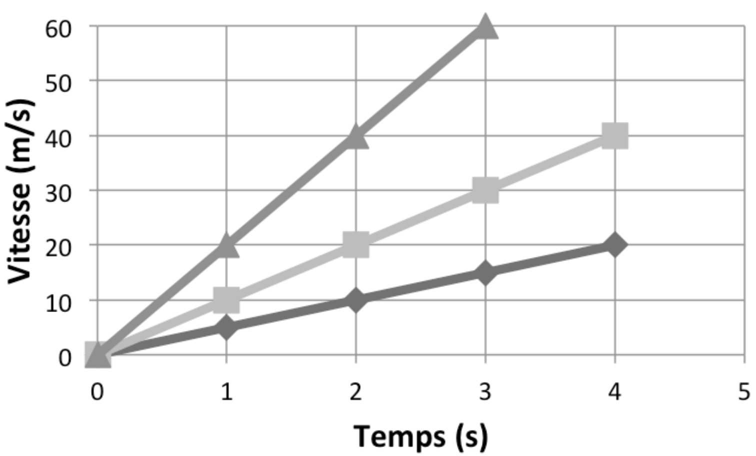
PENTE / TANGENTE   SURFACE



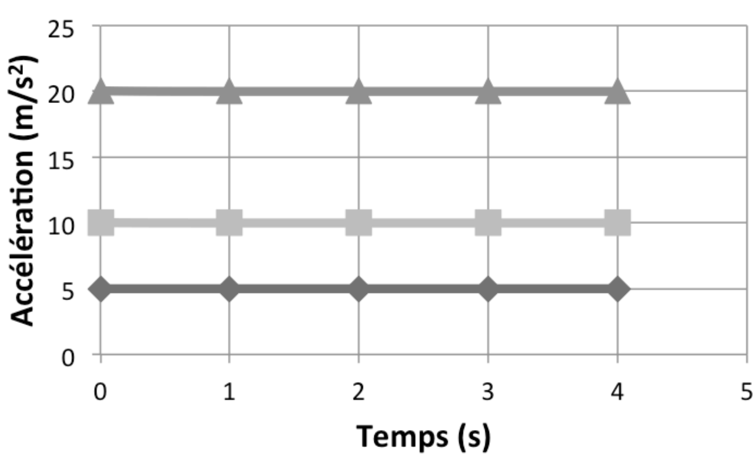




MRUA



60
50
40
30
20
10
0
Vitesse (m/s)
0
1
2
3
4
5
Temps (s)



25
20
15
10
5
0
Accélération (m/s²)
0
1
2
3
4
5
Temps (s)

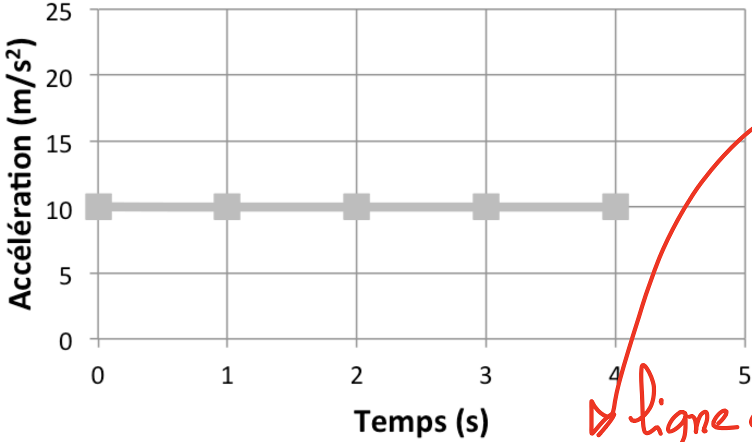
MRUA

$a = 10\ m/s^2 = \text{cont}$

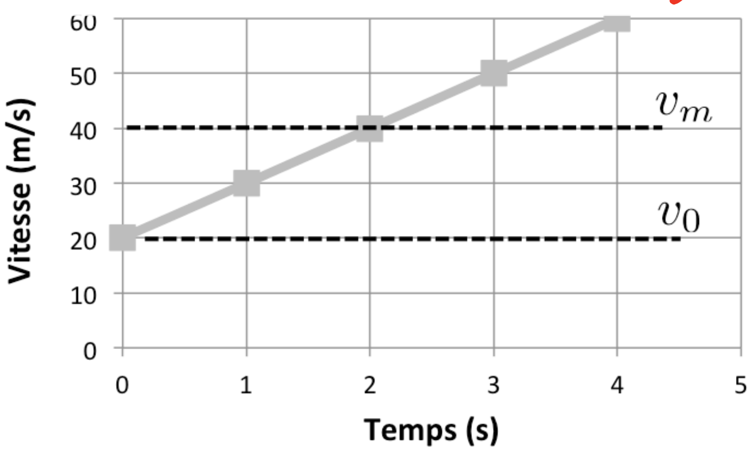
$$v = \int a\,dt = at + v_0$$

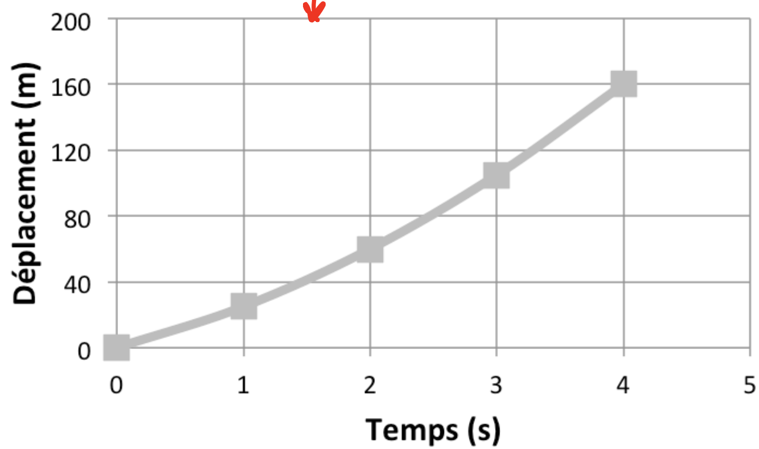
$$x = \int v\,dt = \int (at + v_0)\,dt = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$$

parabole!



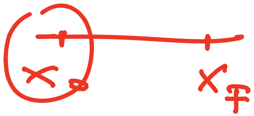
ligne droite



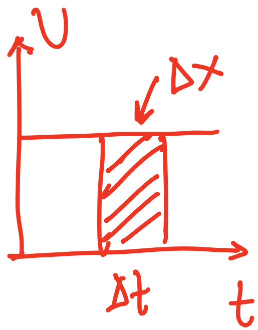


RESUMÉ

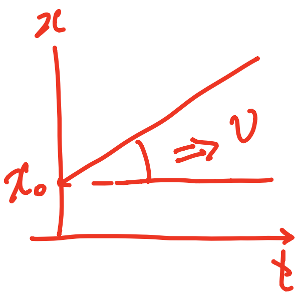
MRU $a=0$



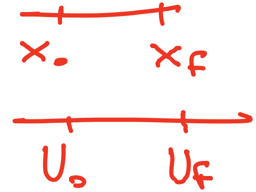
$$v=\frac{dx}{dt}=const$$



$$x=v_0t+x_0$$



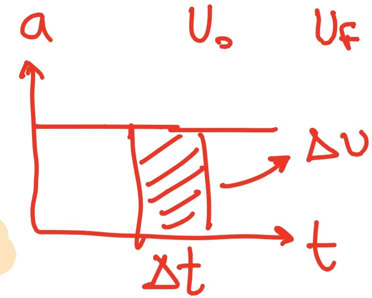
MRUA



$a=const$

$v=at+v_0$ (1) $v=f(t)$

$x=\frac{1}{2}at^2+v_0t+x_0$ (2) $x=f(t)$

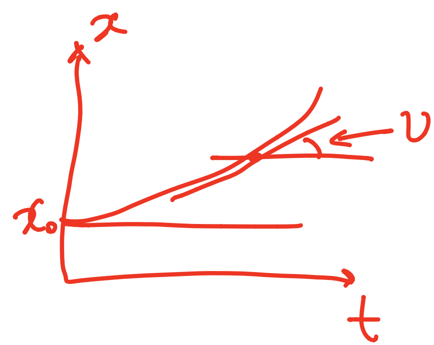


(1) $\Rightarrow t=\dfrac{v-v_0}{a}$

(2) $\longrightarrow v^2=2ax+v_0^2$ (3)

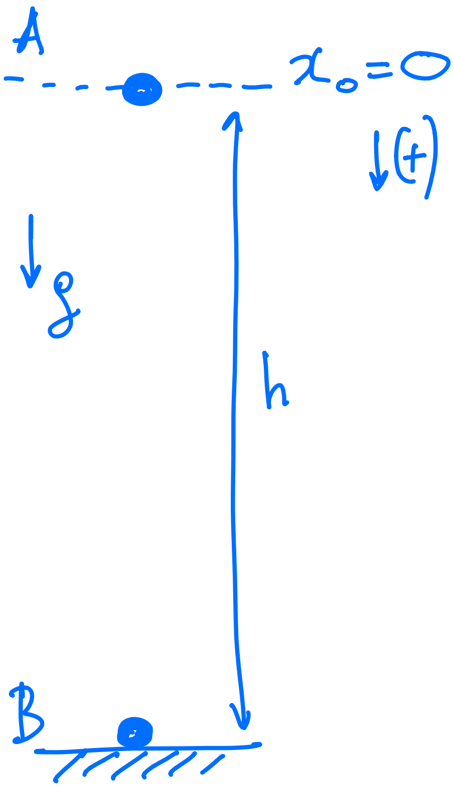
$x_0=0$

$v=f(x)$



(maison!)

LA CHUTE LIBRE



$\Rightarrow t = 0 \quad x_0 = 0 \quad v_0 = 0 \quad a = g$

$(2) \Rightarrow x = \frac{1}{2} g t^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow t = \sqrt{\frac{2x}{g}}$

$$t_{AB} = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$