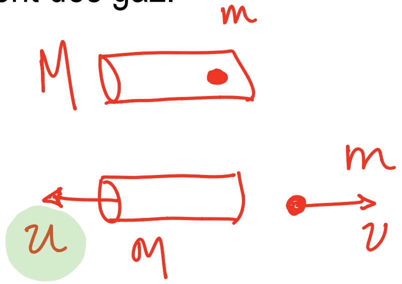
L'ÉNERGIE
& LES COLLISIONS

PGC-05



EXEMPLE

Une balle de masse m = 8.0 g est tirée horizontalement avec une vitesse v = 352.0 m/s avec un pistolet Luger de 0.90 kg au repos. Quelle est la vitesse de recul? Négligez l'effet de l'échappement des gaz.



$$P_i = P_f$$

$$0 = m \cdot v - M \cdot u \Rightarrow$$

$$u = \frac{m \cdot v}{M}$$

FUSÉE

$$P_1 : \quad 0 = (M-m)v_1 - m u \Rightarrow$$

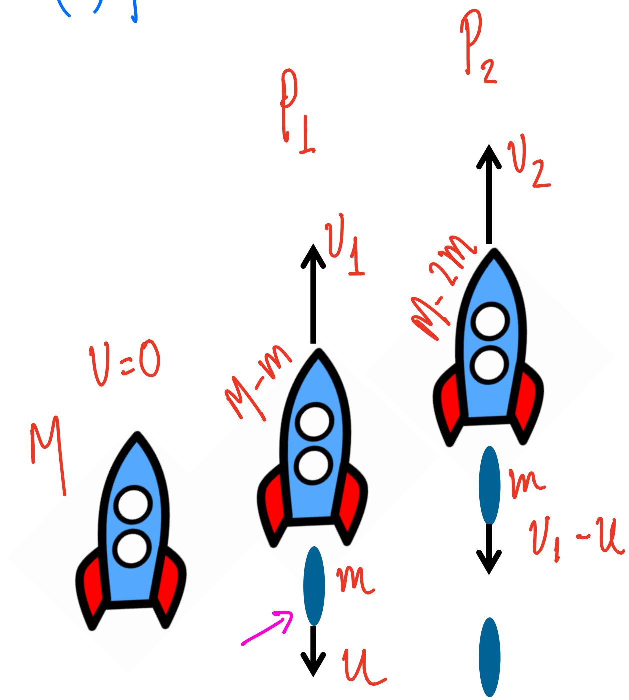
$$\Rightarrow \boxed{v_1 = mu/(M-m)}$$

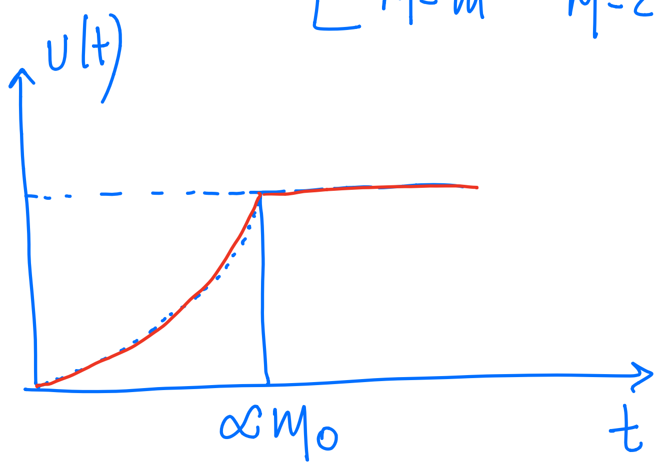
$$P_2 : \quad (M-m)\overset{-mu}{v_1} = (M-2m)v_2 - m(v_1-u)^{-mu}$$

$$\Rightarrow v_2 = \boxed{v_1} + mu/(M-2m)$$

$$\Rightarrow v_2 = mu\left[\frac{1}{M-m} + \frac{1}{M-2m}\right]$$

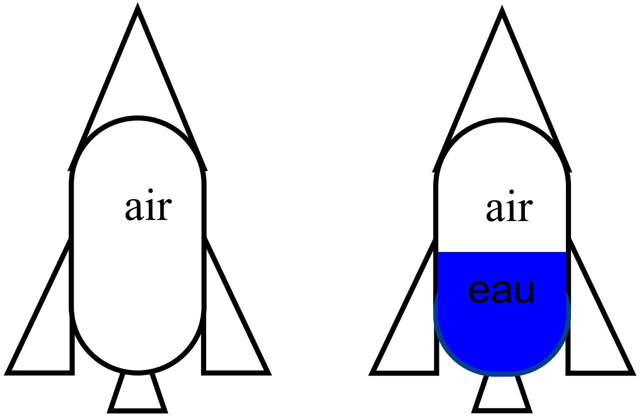
(+) ↑





FUSÉE SUR FIL

Une fusée peut être remplie d’air comprimé ou d’un mélange d’eau et d’air comprimé. Dans quel cas s’envole-t-elle le plus loin ?



PUISSANCE

$$\text{Puissance} = \frac{\text{Travail}}{\text{Intervalle de temps}} \Rightarrow P_m = \frac{\Delta W}{\Delta t}$$

$$\Delta t \to 0 \; : \; P = \frac{dW}{dt} \qquad [P] = \frac{J}{s} = \text{Watt (W)}$$

$$P = \frac{d(\vec{F} \cdot \vec{l})}{dt} = \vec{F} \cdot \frac{d\vec{l}}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v} \qquad \underline{F : \text{constante !}}$$

EXEMPLE

La vitesse moyenne de l'ascenseur express de la tour Sears à Chicago est de 548.6 m/min. Quelle est la puissance moyenne délivrée par son moteur lors de la montée d'une charge totale de 1.0×10^3 kg au 103e étage à 408.4m au-dessus du sol ?

$m = 1 \times 10^3 \, kg$

$g = 10 \, m/s^2$

$h = 408.4 \, m$

$v_m = 548.6 \, m/min =$

$= 548.6 \, \frac{m}{60 s} = 9.14 \, \frac{m}{s}$

$P_m = ?$

$$P_m = \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{F.h}{h/v_m} = \frac{mg\cancel{h}}{\cancel{h}/v_m}$$

$$\Rightarrow P_m = m g v_m$$

$$\Rightarrow P_m = 90 \, kW$$

QUELQUES EXEMPLES

- La puissance nécessaire pour faire monter 1 kg de 1m par seconde est 9.81 W
- La puissance consommée par une forte ampoule électrique est 50-100 W
- La puissance consommée par un aspirateur est de 400-2000 W
- La puissance produite par une éolienne de 1 à 7 MW
- La puissance produite par un réacteur nucléaire est environ 1,5 10^9 W = 1.5 GW (une centrale en comporte plusieurs)

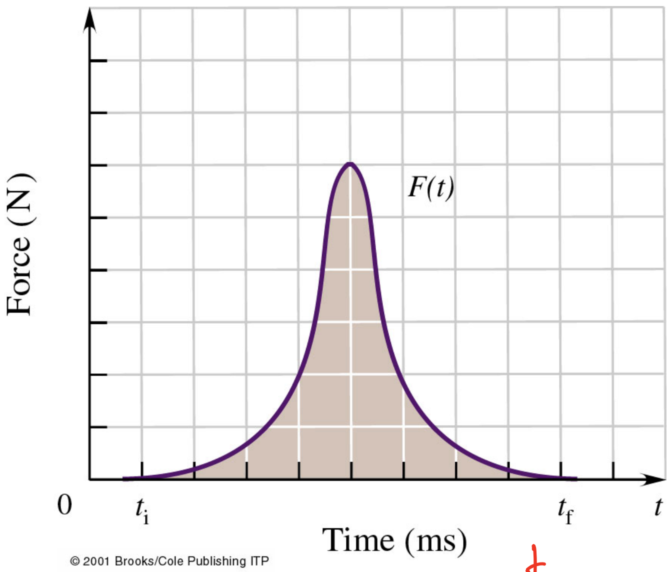
IMPACT DE FORCE

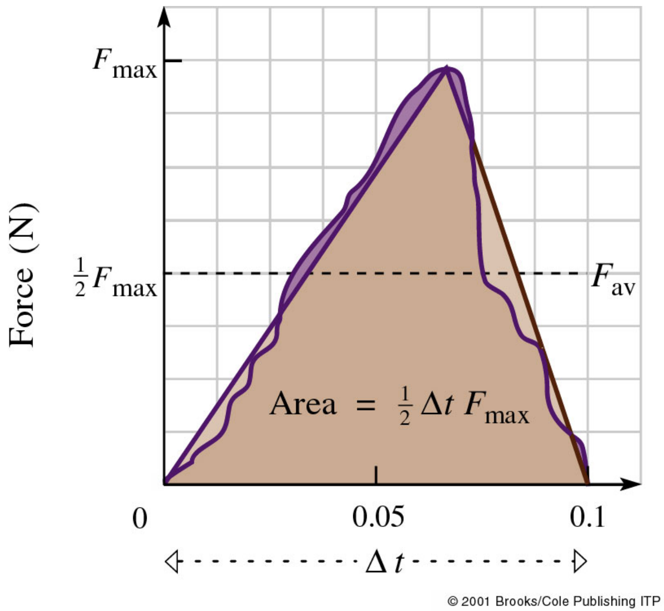
$$\vec{F}_m = \frac{\Delta \vec{P}}{\Delta t} \Rightarrow \Delta \vec{P} = \vec{F}_m \cdot \Delta t$$

$$\Delta P = \boxed{F_m \, \Delta t}$$

impact force

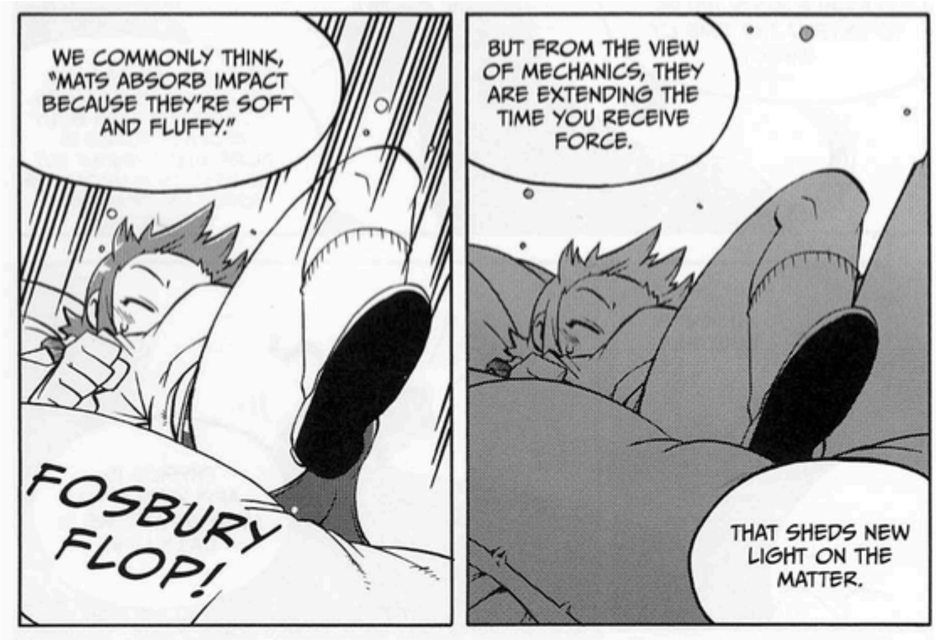
IMPACT ET FORCE VARIABLE





$$\Delta p = \int_{t_1}^{t_2} F_m \, dt$$

IMPACT ET FORCE VARIABLE



LA GRAVITÉ SELON NEWTON

PGC-06

UN PEU D'HISTOIRE

~ 400 Grèce antique

BC

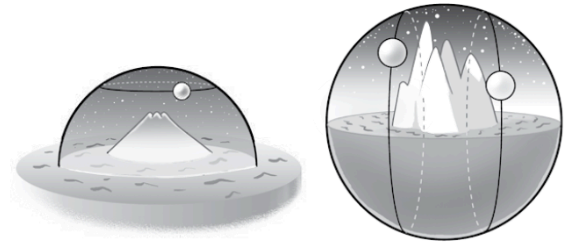
AC

~150 Ptolémée

1543 Copernic
‘De Revolutionibus’

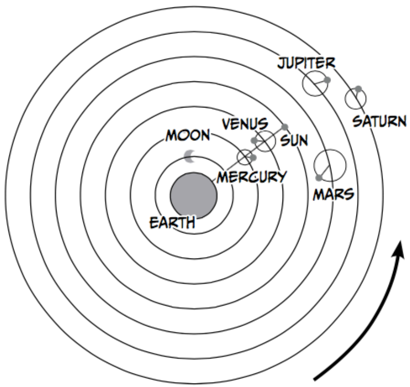
Kepler
1609 ‘Astronomia nova’
1619 ‘Harmonices Mundi’

Galilée
1609 Téléscope
1632 ‘Dialogo sopra i due massimi sistemi del mondo’

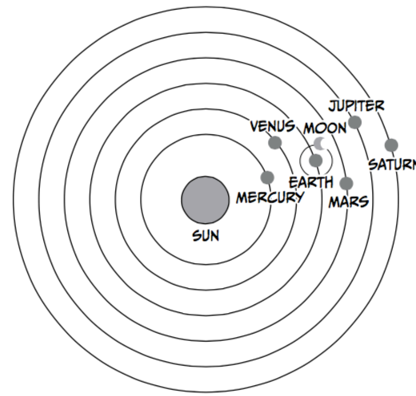


Gai Tian:
A cosmology positing a hemispherical dome over Earth

Hun Tian:
A spherical cosmology



Modèle géocentique

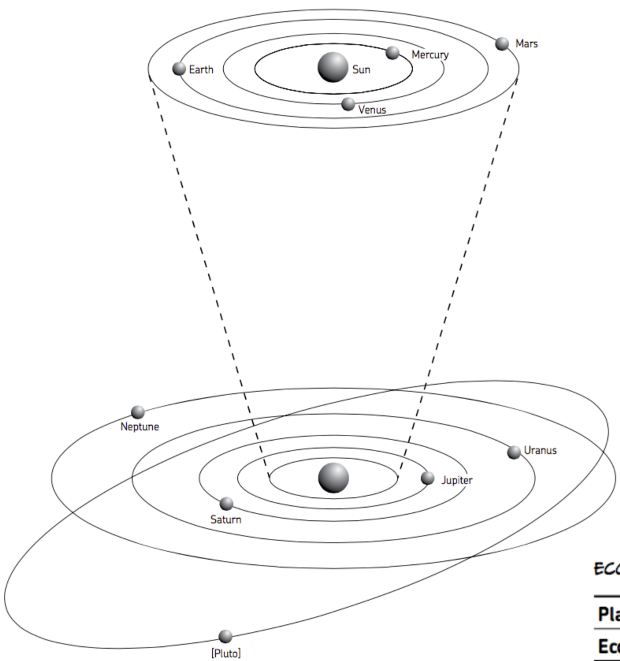


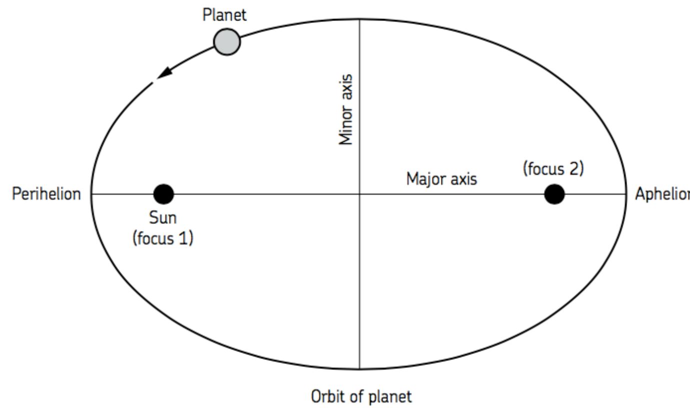
Modèle heliocentrique

Dessins: The Manga Guide To Astronomy

LES TROIS LOIS DE KEPLER

1.





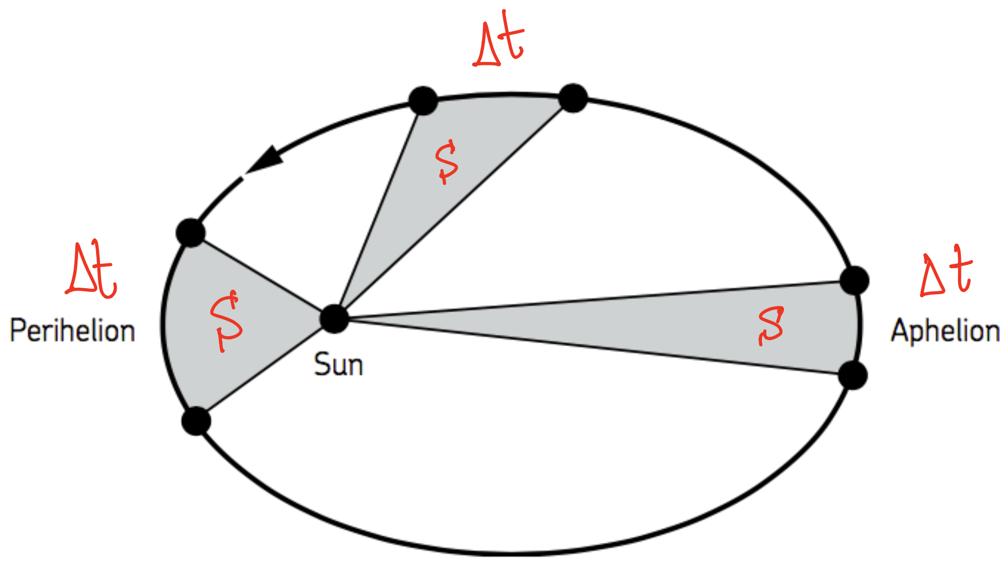
Orbit of a planet according to Kepler's First Law

ECCENTRICITY OF EACH PLANET IN THE SOLAR SYSTEM

Planet	Mercury	Venus	Earth	Mars	Jupiter	Saturn	Uranus	Neptune
Eccentricity	0.2056	0.0068	0.0167	0.0934	0.0485	0.0555	0.0463	0.0090

LES TROIS LOIS DE KEPLER

2.



Orbit of a planet according to Kepler's Second Law

LES TROIS LOIS DE KEPLER

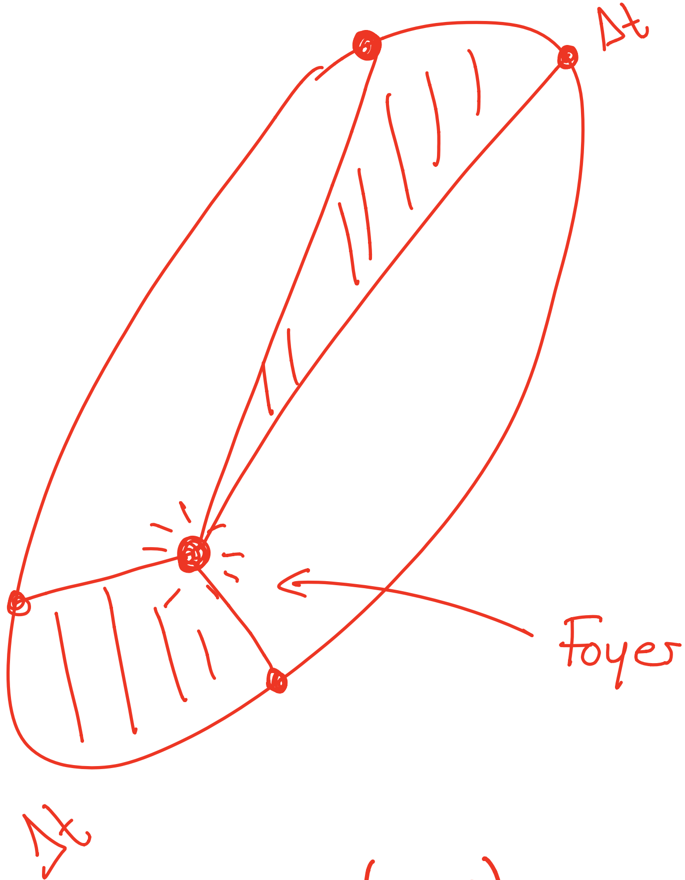
3.

$T^2 \propto R^3$ $\frac{R^3}{T^2} = c$

SEMIMAJOR AXIS OF A PLANET'S ORBIT AND ORBITAL PERIOD

Planet	Semimajor axis of orbit a (AUs)	a^3	Orbital period relative to the fixed star's P (solar years)	P^2	a^3/P^2
Mercury	0.3871	0.05800555	0.2409	0.05803281	0.9995
Venus	0.7233	0.37840372	0.6152	0.37847104	0.9998
Earth	1.0000	1	1.0000	1	1.0000
Mars	1.5237	3.53751592	1.8809	3.53778481	0.9999
Jupiter	5.2026	140.819017	11.8620	150.707044	1.0008
Saturn	9.5549	872.32524	29.4580	867.773764	1.0052
Uranus	19.2184	7098.25644	84.0220	7049.69648	1.0055
Neptune	30.1104	27299.1783	164.7740	27150.4711	1.0055

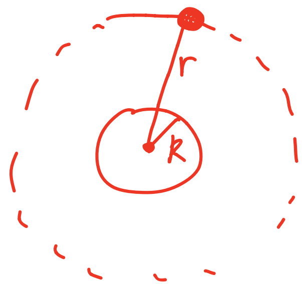
LES TROIS LOIS DE KEPLER



$T^2 \propto r^3$

(1609)

NEWTON 1642-1727

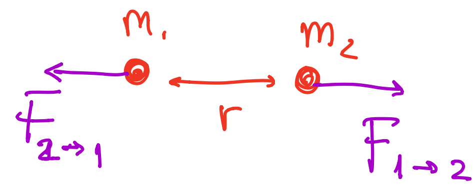


$$\frac{g_T}{a_c} = \frac{\left(d/R\right)^2}{\left(d/r\right)^2}$$

$$\frac{F_T}{F_{LT}} = \left(\frac{1/R}{d/r}\right)^2$$

$$\left(F \propto \frac{1}{r^2}\right)$$

LOI DE GRAVITÉ DE NEWTON

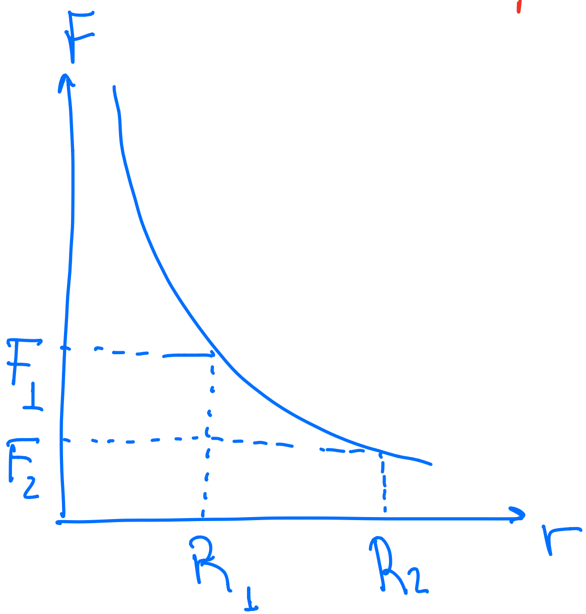


$$F \propto \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

$$F_{1\to2} = F_{2\to1}$$

$$G = 6.67 \times 10^{-11}\ \mathrm{Nm^2/kg^2}$$

universelle



GRANDEUR DE LA FORCE GRAVITATIONNELLE

$$\left.\begin{array}{l} m_1 = 1\,kg \\ m_2 = 1\,kg \\ R = 1\,m \end{array}\right\} \Rightarrow F = G\,\frac{m_1 m_2}{R^2} = 6.67\times10^{-11}\,N$$

$$\left.\begin{array}{l} m_1 = M_T = 6\times10^{24}\,kg \\ m_2 = 1\,kg \\ r = R_T = 6.4\times10^{6}\,m \end{array}\right\} \Rightarrow F = 9.8\,N$$

le poids!

PRINCIPE DE L'ÉQUIVALENCE

$$m_{inertie} = \frac{F}{a}$$ ⇝ pas de gravité

$$m_{gravitationelle} = \frac{r^2 F}{GM}$$ ⇝ pas d'accélération!

Équivalents!

$m_{inertie} = m_{gravitationelle}$!

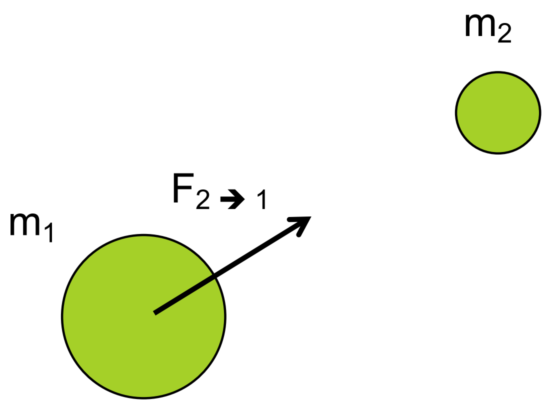
THÉORIE DE GRAVITÉ DE NEWTON

1. $F = G \dfrac{m_1 m_2}{R^2}$

2. principe d'équivalence

3. 3 lois de Newton

QUESTION



$$m_2 = 2\, m_1$$

(a) $F_{1 \to 2} = F_{2 \to 1}$

(b) $F_{1 \to 2} = 2\, F_{2 \to 1}$

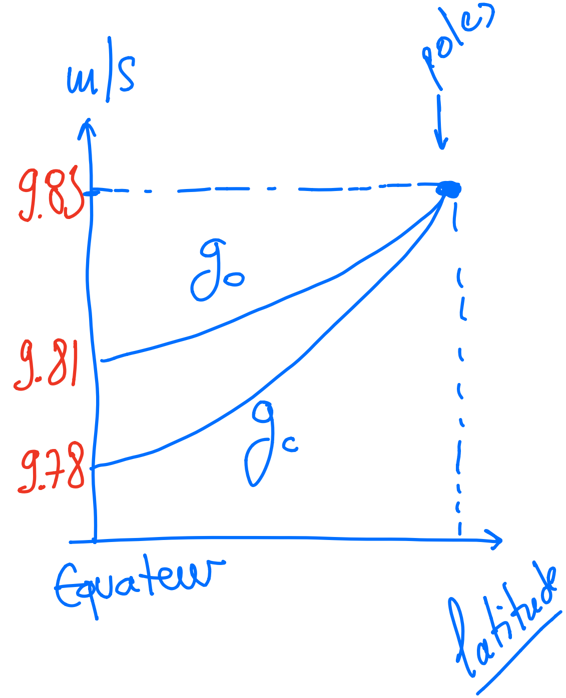
(c) $2\, F_{1 \to 2} = F_{2 \to 1}$

(d) $F_{1 \to 2} = 4\, F_{2 \to 1}$

(e) $4\, F_{1 \to 2} = F_{2 \to 1}$

GRAND G ET PETIT g

$$\left.\begin{array}{l} F_G = \dfrac{GMm}{r^2} \\[2ex] F_D = mg \end{array}\right\} \Rightarrow g = \frac{GM}{r^2}$$



$$g = 3.8\ m/s^2$$

$$\Sigma F = m a_c \Rightarrow F_G - F_D = m a_c$$

$$\Rightarrow g = \frac{GM}{R^2} - a_c$$

LA MASSE DE LA TERRE?

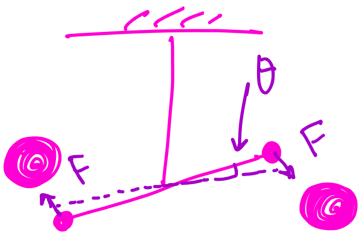
$$g = \frac{GM}{R^2} \Rightarrow M = \frac{g}{G} R^2$$

g : cinematique

R : techniques surveillance

$$G = \frac{F_{mM} R^2}{Mm}$$

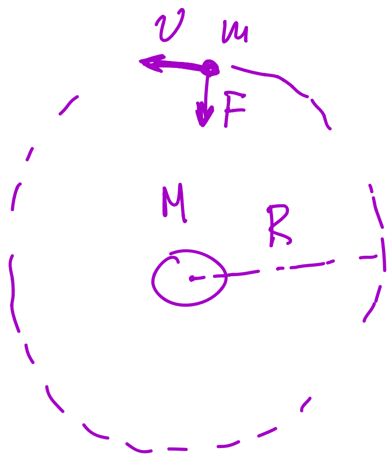
G : Exp. Cavendish



1%

$6.6 \times 10^{11} \ldots$

ORBITE DE SATELLITE



$$F = \frac{GmM}{R^2} = m a_c = m\frac{v^2}{R}$$

$$\frac{GmM}{R^2} = \frac{mv^2}{R} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM}{R}}$$

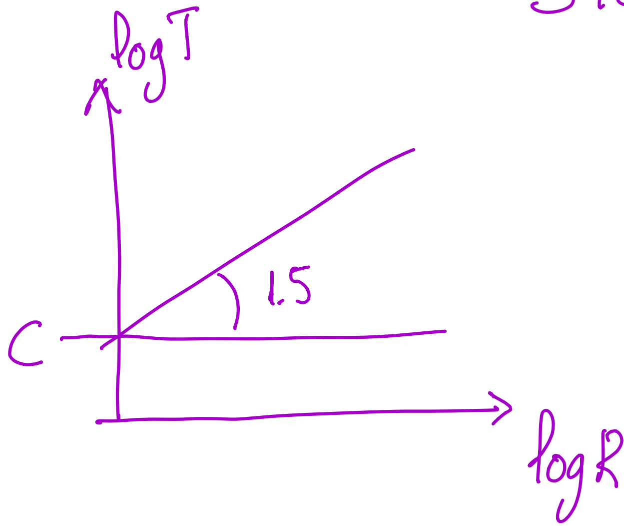
$$v = \frac{circ}{per} = \frac{2\pi R}{T}$$

$$\Rightarrow \frac{2\pi R}{T} = \sqrt{\frac{GM}{R}} \Rightarrow T^2 = \frac{4\pi^2}{GM}R^3 \Rightarrow \frac{R^3}{T^2} = \frac{GM}{4\pi^2} = \text{const}$$

ORBITES GEOSTATIONNAIRES

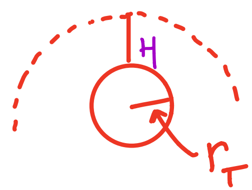
$$\frac{R^3}{T^2} = const \Rightarrow \log\left(\frac{R^3}{T^2}\right) = const \Rightarrow \log R^3 - \log T^2 = const \Rightarrow$$

$$3 \log R - 2 \log T = const \Rightarrow \log T = 1.5 \log R + C$$

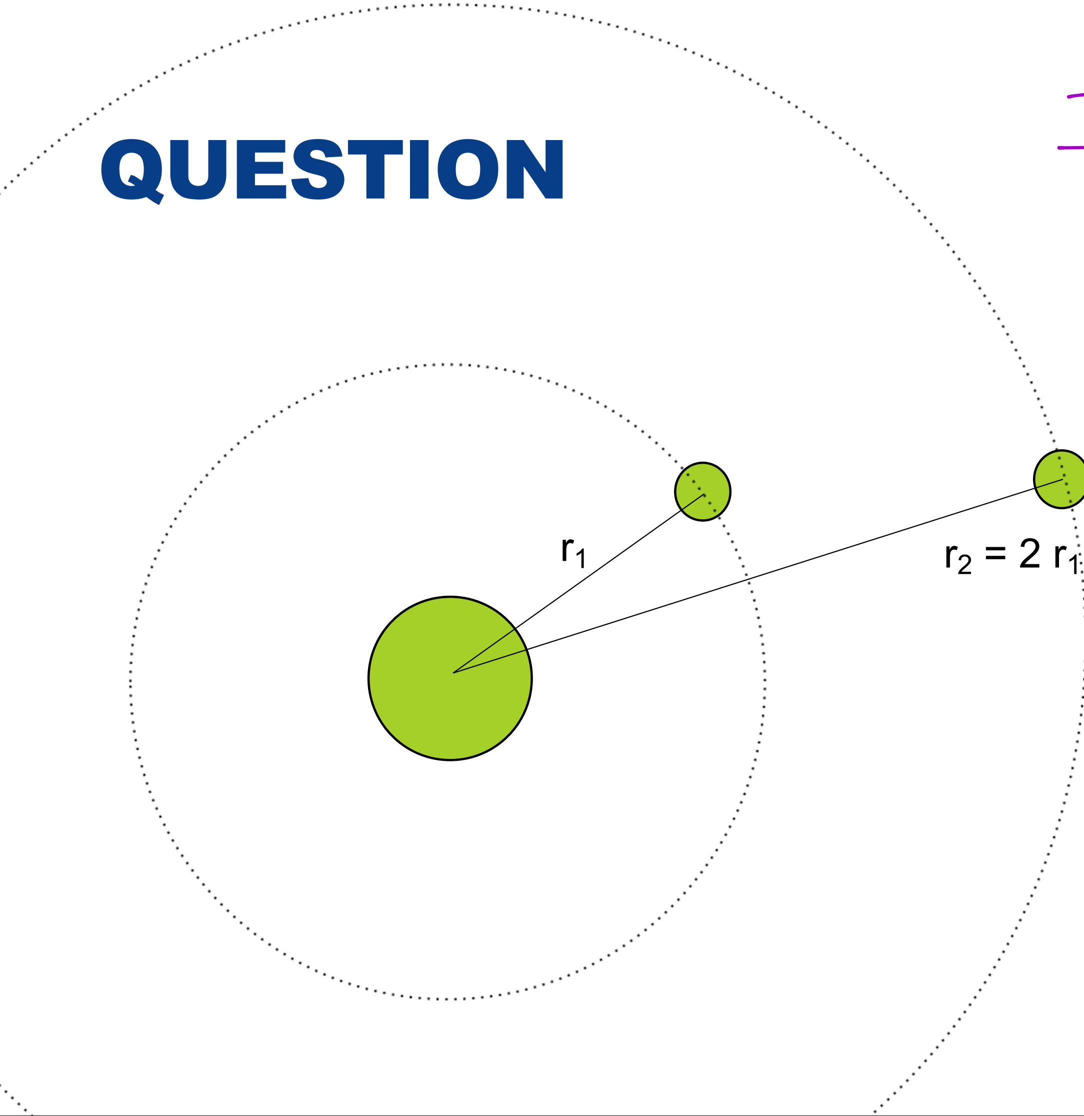


$T = 24h$: orbite geostationnaire

$H \simeq 5.6\, r_T$



QUESTION



$$\frac{T_1^2}{R_1^3} = \frac{T_2^2}{R_2^3} \Rightarrow$$

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{R_1^3}{R_2^3} \Rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{R_1^3}{R_2^3}}$$

$$\frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{\cancel{R_1^3}}{8\cancel{R_1^3}}} \Rightarrow T_2 = \sqrt{8}\, T_1$$

T_2 ? T_1

(a) $T_2 = 2\ T_1$

(b) $T_2 = 2.8\ T_1$

(c) $T_2 = 4\ T_1$

(d) $T_2 = 0.2\ T_1$

ÉNERGIE POTENTIELLE GRAVITATIONNELLE TERRESTRE

$$\Delta E_{MEC} = 0 \Rightarrow \Delta E_c + \Delta E_p = 0$$

$$\Delta E_c = W_G \Rightarrow \Delta E_p = W = F \cdot h \Rightarrow E_p = mgh$$

Terre Rayon R_T

ÉNERGIE POTENTIELLE GRAVITATIONNELLE TERRESTRE

$$\Delta E_p = W = \int_{r_i}^{r_f} F_G \, d\vec{r}$$

$$F_G = G\frac{mM}{r^2}$$

$$\left(\int \frac{1}{r^2}\,dr = -\frac{1}{r}\right)$$

$$\Delta E_p = \int_{r_i}^{r_f} \frac{GMm}{r^2}\,dr \Rightarrow$$

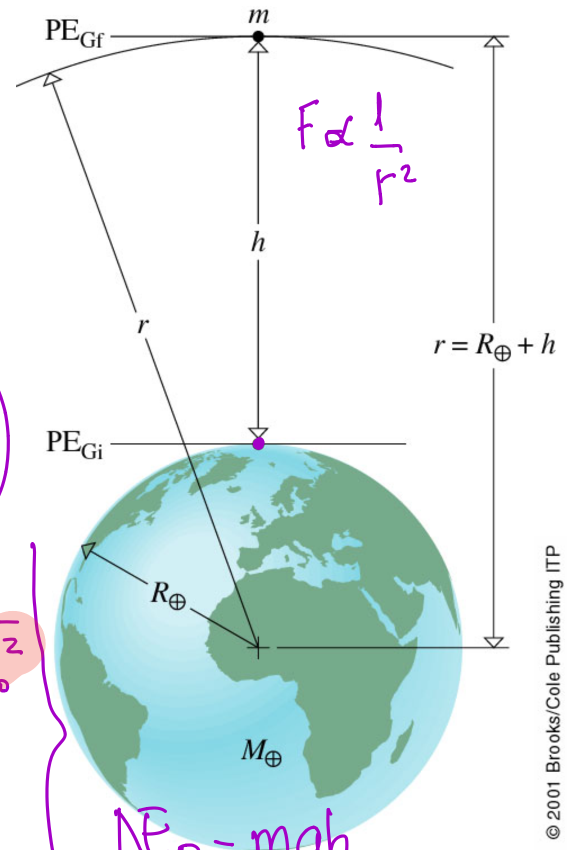
$$\boxed{\Delta E_p = GMm\left(\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_f}\right)} = GMm\left(\frac{1}{R_0} - \frac{1}{R_0+h}\right)$$

$$\Delta E_p = GmM\left(\frac{h}{R_0(R_0+h)}\right)$$

$$h \ll R_0 \Rightarrow R_0 + h \simeq R_0$$

$$\Rightarrow \Delta E_p = GmM\frac{h}{R_0^2}$$

$$g = \frac{GM}{R_0^2}$$



$$F \propto \frac{1}{r^2}$$

$$\Delta E_p = mgh$$

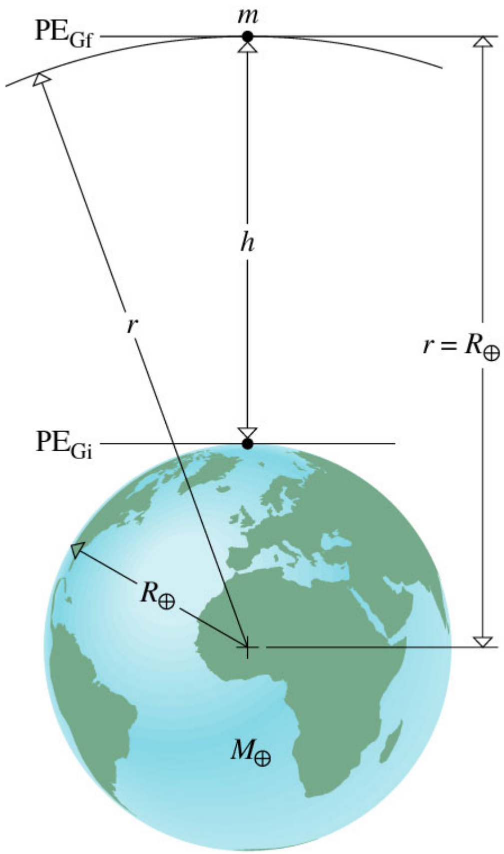
ÉNERGIE POTENTIELLE GRAVITATIONNELLE TERRESTRE

$$\Delta E_p = GmM\left(\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_f}\right)$$

$E_p = 0$ @ $r_\infty >> R_0$ $\quad r_f = R_0 + h$

$$\Delta E_p = GmM\left(\frac{1}{r_\infty} - \frac{1}{R_0+h}\right) \Rightarrow$$

$$\Delta E_p = -\frac{GmM}{R_0+h} \Rightarrow \boxed{\Delta E_p = -\frac{GmM}{r}}$$



EXEMPLE – ÉNERGIE GRAVITATIONNELLE

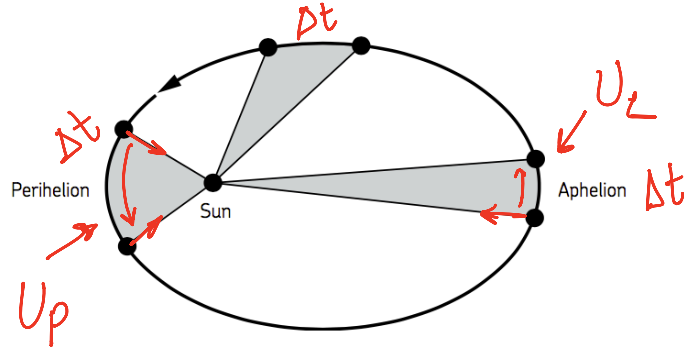
Pourquoi une planète accélère-t-elle sur son orbite en s'approchant du Soleil ?

$E_p + E_{cin} = \text{constante}$

$E_p \propto -\frac{1}{r}$

Proche $E_p \Downarrow$

$E_c \Uparrow$



Orbit of a planet according to Kepler's Second Law

Moment cinétique

$L_i = L_f$

$\vec{L} = \underline{\underline{\vec{r}}} \times \underline{\underline{\vec{p}}}$

VITESSE DE LIBERATION

E_c : suffisante pour vaincre gravité

$$E_i = E_{c_i} + E_{p_i} = \frac{1}{2} m v_{LIB}^2 + \left(-\frac{GmM}{R}\right)$$

$$E_f = 0$$

$$E_i = E_f \Rightarrow \frac{1}{2} \cancel{m} v_{LIB}^2 = \frac{G\cancel{m}M}{R} \Rightarrow$$

$$\left.\begin{array}{l} \Rightarrow v_{LIB} = \sqrt{\dfrac{2GM}{R}} \\[2ex] g = \dfrac{GM}{R^2} \end{array}\right\} \Rightarrow v_{LIB} = \sqrt{2gR}$$