LA CINÉMATIQUE - MRU

κίνηση

φύση

PGC-01

RÉSUMÉ

- Vitesse: mesure rapport entre distance parcourue et temps

$$v_m = \frac{l}{t}$$

vitesse moyenne entre 2 points

- Si vitesse varie au cours du temps, définition plus formelle:

$$v_m = \frac{\Delta l}{\Delta t}$$

$$v(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta l}{\Delta t} \equiv \frac{dl}{dt} \qquad l'(t)$$

- Pour mouvement en espace réel:

$$\vec{v} = (\vec{v}_x, \vec{v}_y, \vec{v}_z)$$

$$\vec{S} = (S_x, S_y, S_z)$$

$$\Delta\vec{S} = \vec{S}_{i+1} - \vec{S}_i$$

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \left(\frac{\Delta \vec{S}}{\Delta t} \right) \equiv \frac{d\vec{s}}{dt}$$

$\vec{S}$ Pas une mesure de parcours!

MOUVEMENT RELATIF – 1D

Vitesse du train par rapport au sol: $\vec{v}$ et vitesse du voleur par rapport au train: $\vec{v}'$

Quelle est la vitesse du voleur par rapport à nous qu'on regarde le voleur courir?

$\vec{v}_{TS} = \vec{v}$

$\vec{v}_{VT} = \vec{v}'$

$\vec{v}_{VS} = ?$

$\vec{v}_{VS} = \vec{v}_{VT} + \vec{v}_{TS} = \vec{v}' + \vec{v} \Rightarrow$

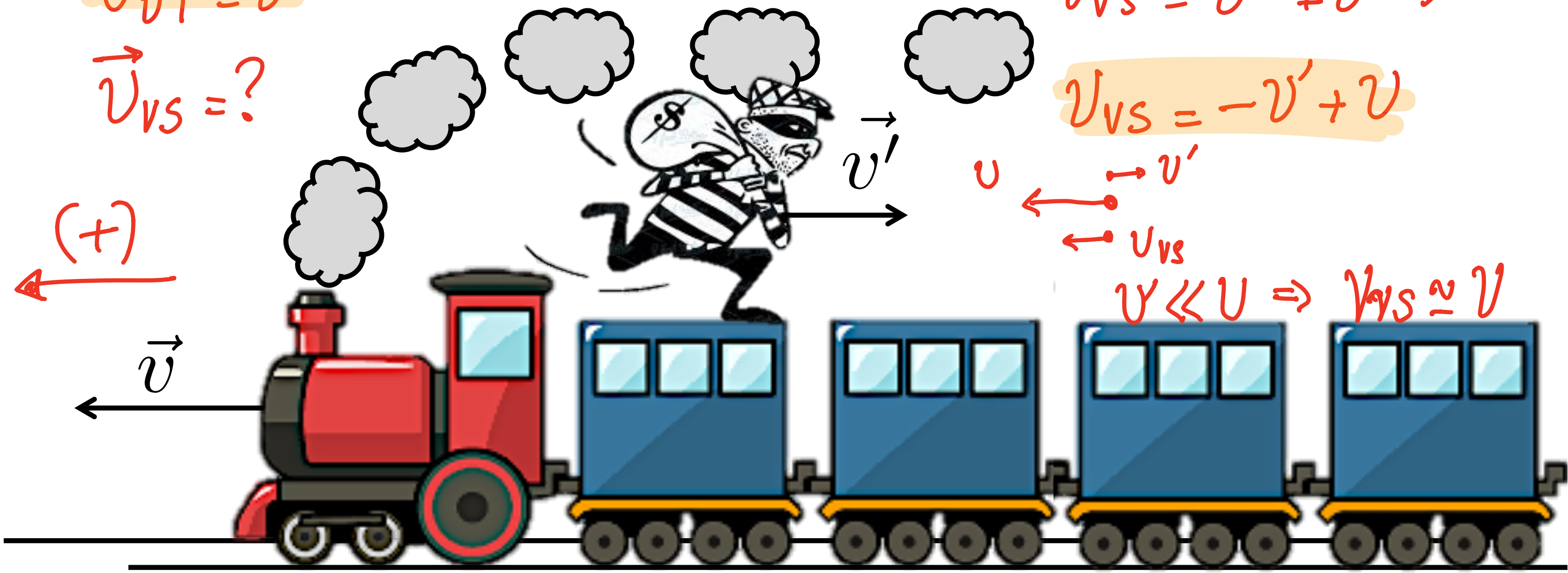
$\vec{v}_{VS} = \vec{v}' + \vec{v} \Rightarrow$

$v_{VS} = -v' + v$

(+)

v v' v_{VS}

$v \ll v \Rightarrow v_{VS} \simeq v$



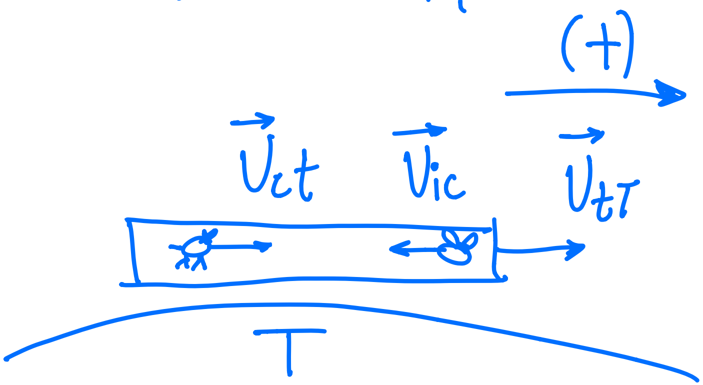
$$v_{cT} = v_{ct} + v_{tT}$$

EXEMPLE

Dans un train (symbole t) qui se déplace par rapport à la Terre (symbole T) vers l'est à une vitesse v_{tT} = 10km/h, un grand chien (symbole c) se déplace lentement vers la tête du train à une vitesse v_{ct} = 5 km/h. Un insecte (symbole i) vole vers l'ouest à une vitesse v_{ic} = 0.01 km/h par rapport au chien. Quelle est la vitesse de l'insecte par rapport à la Terre (symbole T , v_{iT})?

Données: $\vec{v}_{tT}, \vec{v}_{ct}, \vec{v}_{ic}$

Cherche: $\vec{v}_{iT}$



$$\vec{v}_{iT} = \vec{v}_{ic} + \vec{v}_{cT} =$$

$$= \vec{v}_{ic} + \vec{v}_{ct} + \vec{v}_{tT} \Rightarrow$$

$$v_{iT} = -v_{ic} + v_{ct} + v_{tT} \Rightarrow$$

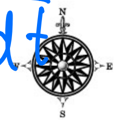
$$v_{iT} = (-0.01 + 5 + 10)\ \text{km/h} =$$

$$= 14.99\ \text{km/h}$$

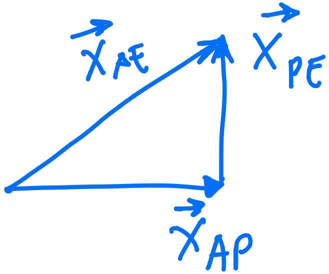
MOUVEMENT RELATIF – 2D

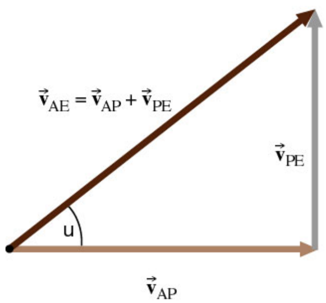
$$\vec{x}_{AE} = \vec{x}_{AP} + \vec{x}_{PE}$$

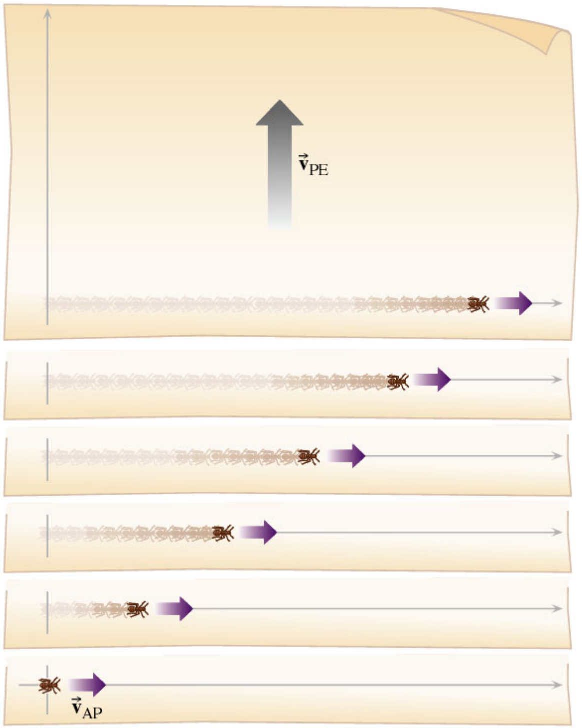
$$\frac{d}{dt}\left(\vec{x}_{AE}\right) = \frac{d}{dt}\left(\vec{x}_{AP}\right) + \frac{d}{dt}\left(\vec{x}_{PE}\right)$$



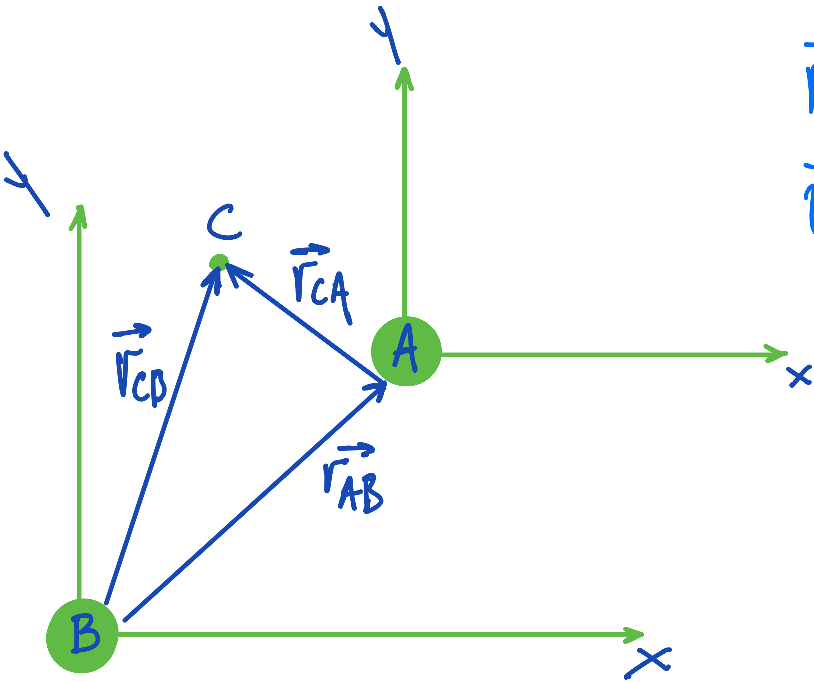
$$\vec{v}_{AE} = \vec{v}_{AP} + \vec{v}_{PE}$$







MOUVEMENT RELATIF – 2D



A B $\vec{v}$

$$\vec{r}_{CB} = \vec{r}_{CA} + \vec{r}_{AB}$$

$$\vec{v}_{CB} = \vec{v}_{CA} + \vec{v}_{AB}$$

À la maison! 

MOUVEMENT RELATIF

Un avion voyage horizontalement vers la droite à 100 m/s. Il passe un hélicoptère qui monte vers le haut à 20 m/s. Du point de vue de l'hélicoptère, l'avion voyage à une direction et vitesse:

a) Vers le haut et droite, à moins de 100 m/s
b) Vers le haut et gauche, à plus de 100 m/s
c) Vers le bas et droite, à 100 m/s
d) Vers le bas et droite, à moins de 100 m/s
e) Vers le bas et droite, à plus de 100 m/s

LA CINÉMATIQUE - MRUA

PGC-01

L'ACCÉLÉRATION

$$\vec{v} = \frac{d\vec{x}}{dt} \qquad \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

$\vec{a} = 0 \Rightarrow \vec{v} = \text{const}$

$\vec{a}$ et $\vec{v}$ //

acceleration moyenne

$$\vec{a}_m = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_f - \vec{v}_i}{t_f - t_i}$$

instantanée

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{s}}{dt^2}$$

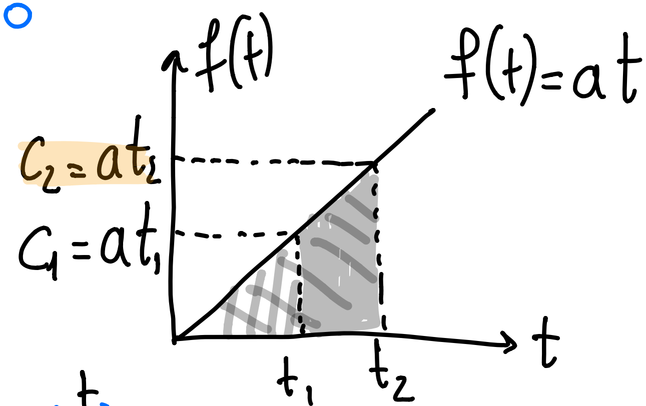
$$[a] = \frac{[v]}{[t]} = \frac{m}{s^2} \text{ en SI}$$

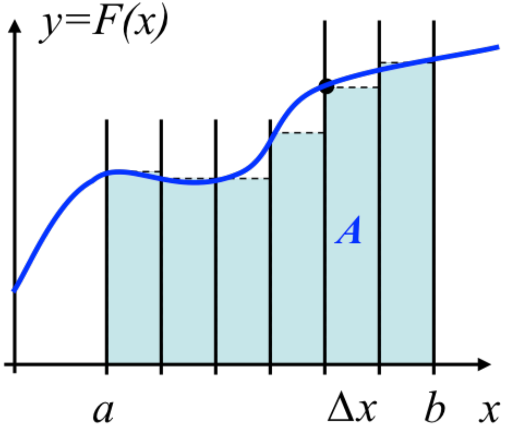
INTEGRAL

$$F(t) = \frac{df(t)}{dt} \Rightarrow f(t) = \int F(t)\,dt$$

surface

$$\int_a^b F(x)\,dx = \lim_{\Delta x \to 0} \sum_a^b F(x)\,\Delta x$$





$$\int_{t_1}^{t_2} f(t)\,dt = \frac{C_2 \cdot t_2}{2} - \frac{C_1 t_1}{2} = \frac{at_2 \cdot t_2}{2} - \frac{at_1 \cdot t_1}{2} =$$

$$= \frac{at_2^2}{2} - \frac{at_1^2}{2} = \frac{1}{2}at_2^2 - \frac{1}{2}at_1^2$$

A SAVOIR!

Fonction $f(t)$	Dérivée df/dt	Primitive $F = \int f(t)dt + c$
$f_1 + f_2$	$df_1/dt + df_2/dt$	$F_1 + F_2$
$a\ f_1 + b\ f_2$	$a\ df_1/dt + b\ df_2/dt$	$a\ F_1 + b\ F_2$
$f_1 \cdot f_2$	$f_1 \cdot df_2/dt + f_2 \cdot df_1/dt$	
$f(g(t))$	$dg/dt \cdot df(g)/dg$	
a, $a =$ const.	0	$at + c$
at, $a =$ const.	a	$at^2/2 + c$
$at + b$, $a, b =$ const.	a	$at^2/2 + bt + c$
at^2, $a =$ const.	$2at$	$at^3/3 + c$
Ae^{at+b}	$Aae^{at+b} = a\ f(t)$	$(A/a)\ e^{at+b} = f(t)/a$
x^n	$n\ x^{n-1}$	$x^{n+1}/(n+1) + c$

MRUA

mouvement (1-D)

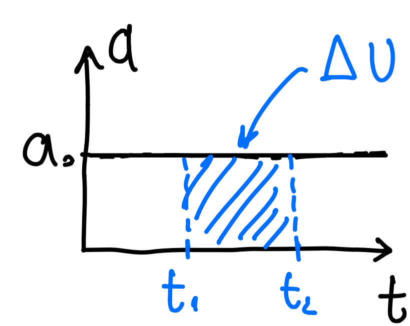
$\vec{s}, \vec{v}, \vec{a}$ $\quad$ $\vec{a}$: const

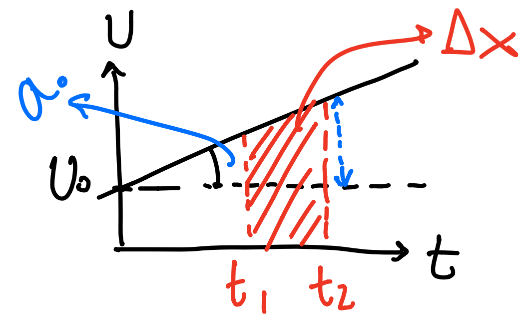
$$a = \frac{dv}{dt} = a_0 \Rightarrow v = \int_0^t a_0\,dt = a_0 t + v_0$$

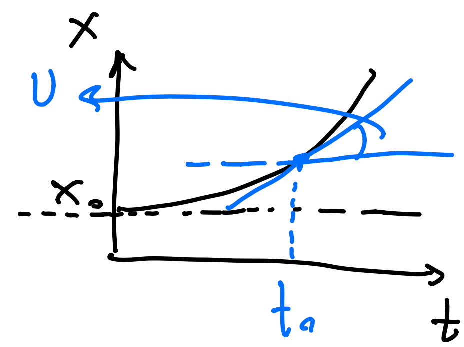
$$x = \int_0^t v\,dt = \int_0^t (a_0 t + v_0)\,dt = \frac{1}{2}a_0 t^2 + v_0 t + x_0$$

$|\vec{a}| > 0 \Rightarrow \Delta\vec{v} > 0 \Rightarrow v > v_0$ accel.

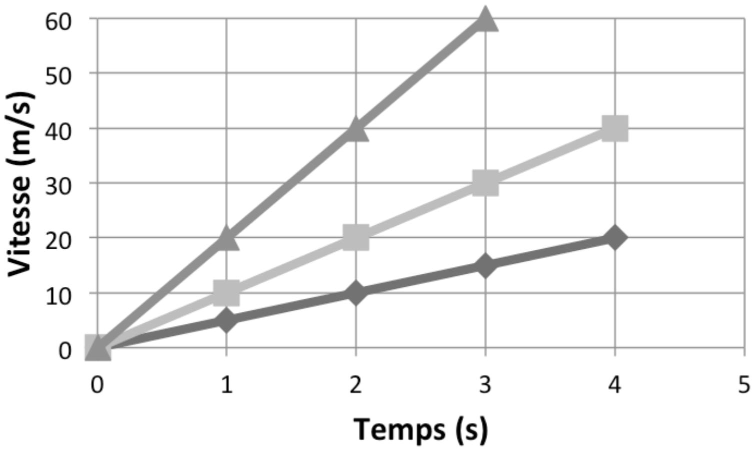
$|\vec{a}| < 0 \Rightarrow \Delta\vec{v} < 0 \Rightarrow v < v_0$ decel.



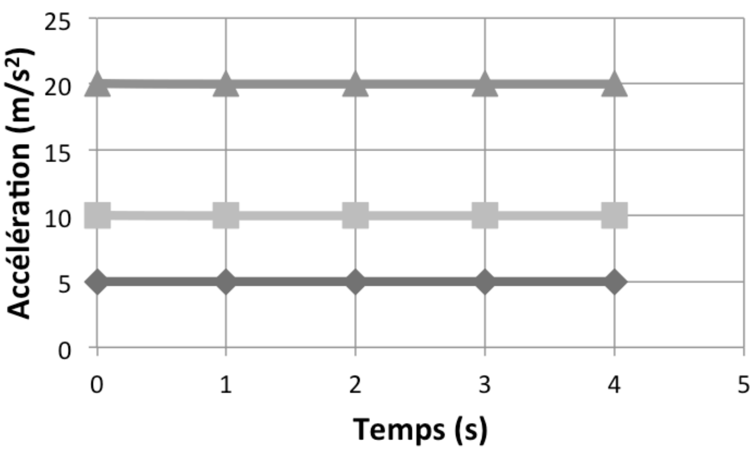




MRUA

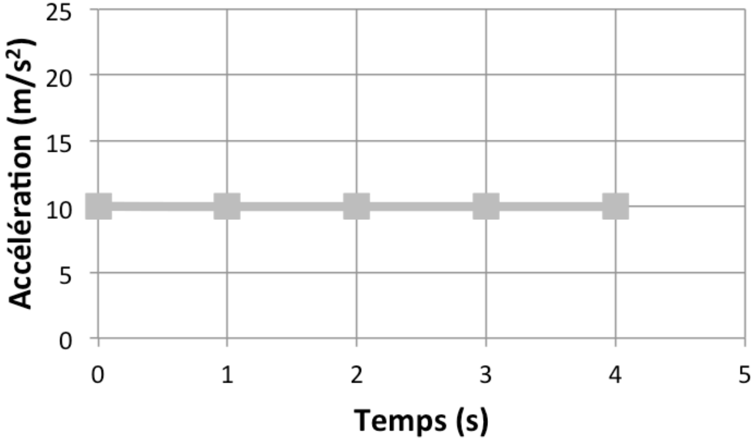


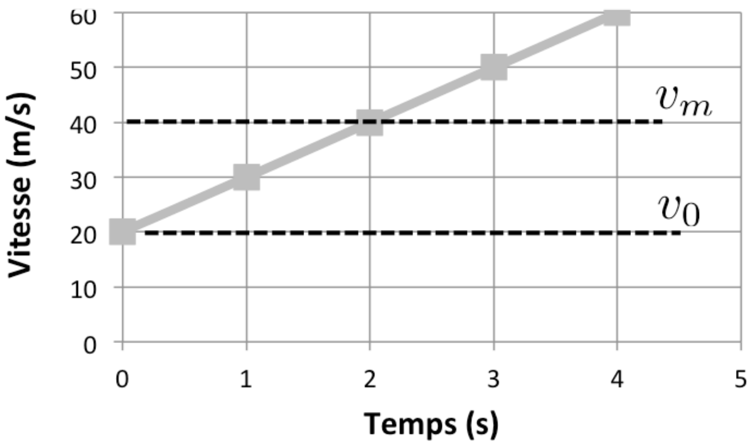
Vitesse (m/s)
60
50
40
30
20
10
0
0
1
2
3
4
5
Temps (s)

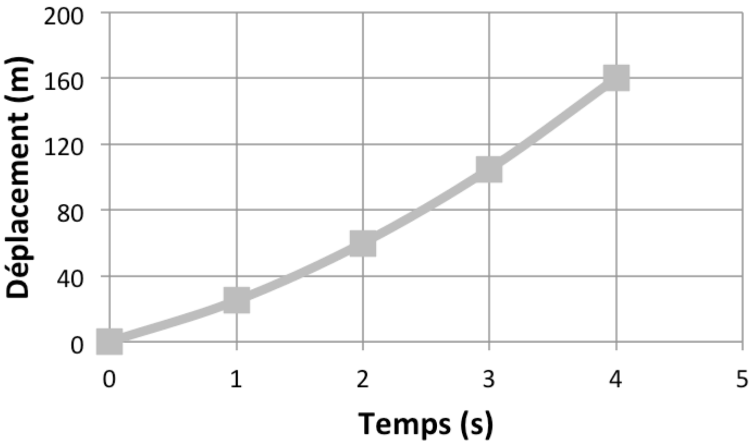


Accélération (m/s²)
25
20
15
10
5
0
0
1
2
3
4
5
Temps (s)

MRUA


Accélération (m/s²)
25
20
15
10
5
0
0
1
2
3
4
5
Temps (s)


Vitesse (m/s)
60
50
40
30
20
10
0
v_m
v_0
0
1
2
3
4
5
Temps (s)


Déplacement (m)
200
160
120
80
40
0
0
1
2
3
4
5
Temps (s)

RESUMÉ

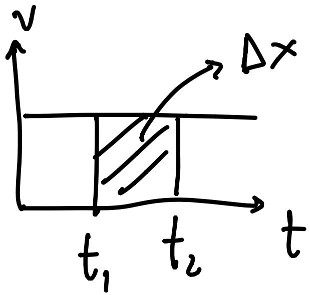
MRU

$a=0$

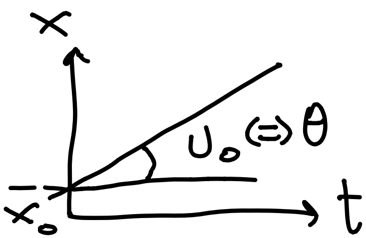
$v=\text{const}$

$x_i \qquad x_f$

$$v=\frac{dx}{dt}=\text{const}$$



$$x=v_0t+x_0$$



MRUA

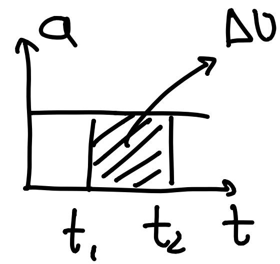
$a=\text{const}$

$x_i \qquad x_f$

$v_i \qquad v_f$

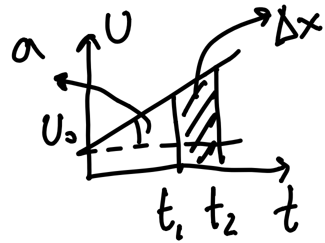
$a=\text{const}$

$$v=at+v_0 \quad (1) \quad v=f(t)$$



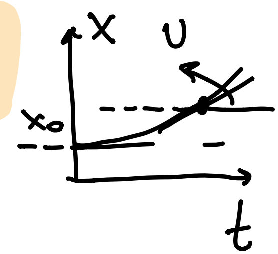
$$x=\frac{1}{2}at^2+v_0t+x_0 \quad (2) \quad x=f(t)$$

$(1) \rightarrow t=\dfrac{v-v_0}{a}$

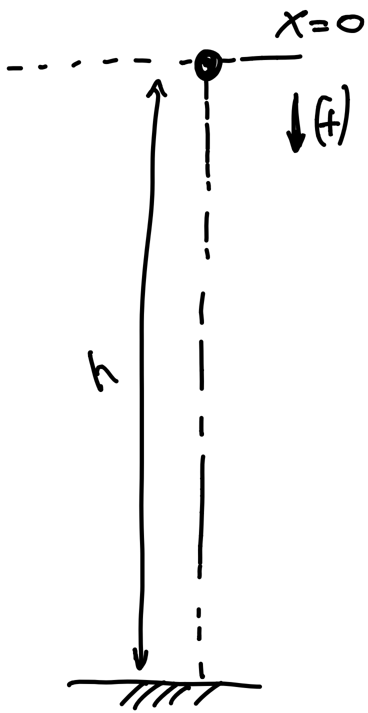


$(2) \longrightarrow v^2=2ax+v_0^2 \quad (3)$

pour $x_0=0$ $\quad v=f(x)$



LA CHUTE LIBRE



$t = 0$

$x_0 = 0$

$v_0 = 0$

$a_0 = g$

$(1): \; v = gt$

$(2): \; x = \frac{1}{2} g t^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow t = \sqrt{\frac{2x}{g}}$

$$t_{TOT} = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

L'EXTRATERRESTRE

Un extraterrestre explorant la Terre raconte que son pistolet, lâché d'une falaise, est tombé d'une distance de 1 "glong" pendant un temps de 1 "tock". Sa chute pendant 2 "tocks" serait de:

- 1.5 "glongs"
- 2 "glongs"
- 3 "glongs"
- 4 "glongs"

$t_1 = 1$ tock $\quad t_2 = 2$ tocks

$h_1 = 1$ glong $\quad h_2 = ?$

$$\left.\begin{array}{l} h_1 = \frac{1}{2} g t_1^2 \\ h_2 = \frac{1}{2} g t_2^2 \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{h_2}{h_1} = \frac{t_2^2}{t_1^2} \Rightarrow h_2 = \frac{t_2^2}{t_1^2} \cdot h_1$$

$h_2 = 4$ glongs

A etudier à la maison !

MOUVEMENT VERTICAL

A : $t=0$ $\quad x_0=0$ $\quad v_0=v_A$ $\quad \boxed{a=-g}$ pour mouvement $\underline{A \to B}$

$$② \Rightarrow x(t) = v_A t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$① \Rightarrow v(t) = v_A - g t \leqslant v_A$$

B : $v=0$ $\quad \boxed{a=g}$ pour mouvement $\underline{B \to A}$

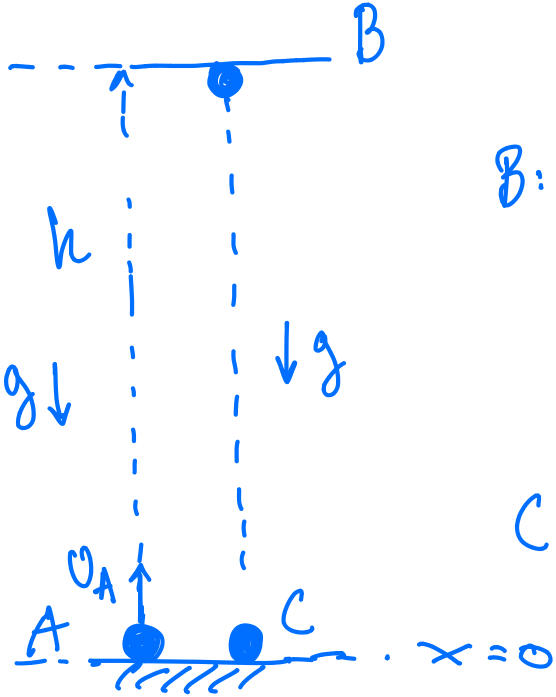
$$③ \Rightarrow v^2 = 2ax + v_0^2 \Rightarrow 0 = -2gh + v_A^2 \Rightarrow$$

$$v_A = \sqrt{2gh} \longrightarrow h = v_A^2/2g$$

$$① \Rightarrow 0 = v_A - g t_{AB} \Rightarrow t_{AB} = \frac{v_A}{g} = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

C : $v^2 = 2ax + \cancel{v_0^2} \Rightarrow v_C^2 = 2gh \Rightarrow v_C = \sqrt{2gh} = v_A$

$$t_{BC} = \sqrt{\frac{2h}{g}} = t_{AB}$$

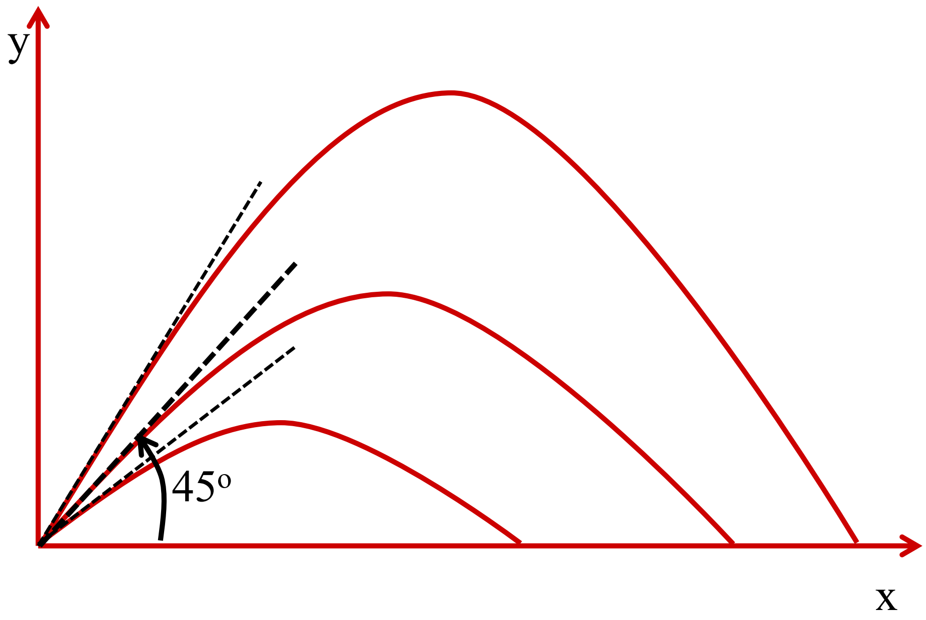


⇒ Decomposition à 2D. À continuer Vendredi

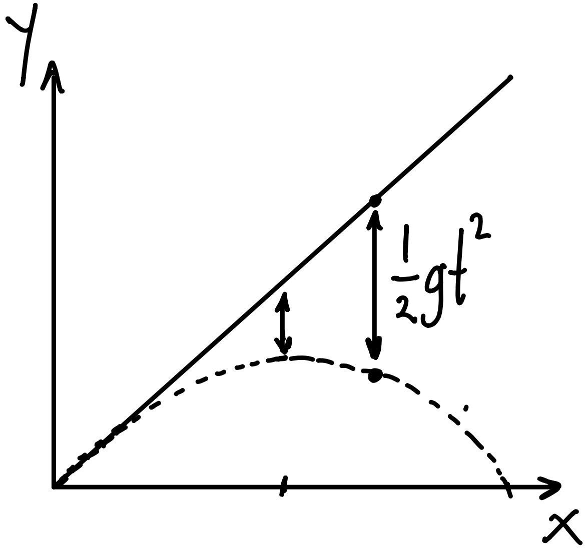
MOUVEMENT BALISTIQUE

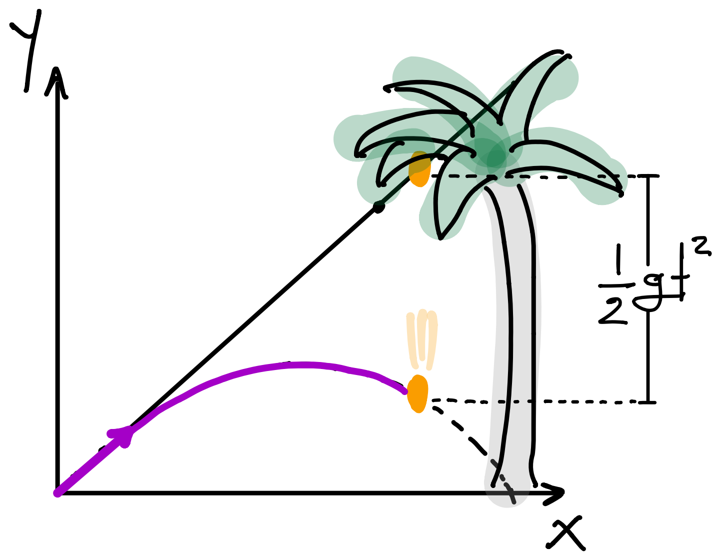
LE DESSIN EST-IT CORRECT?

Trois obus tirés d'un meme point sous des angles différents par rapport à l'horizontale: 30o, 45o et 60o. Leurs trajectoires sont representées sur le dessin suivant. Est-il correct?



MOUVEMENT BALISTIQUE




y
x
$\frac{1}{2}gt^2$