LE MOUVEMENT DE ROTATION

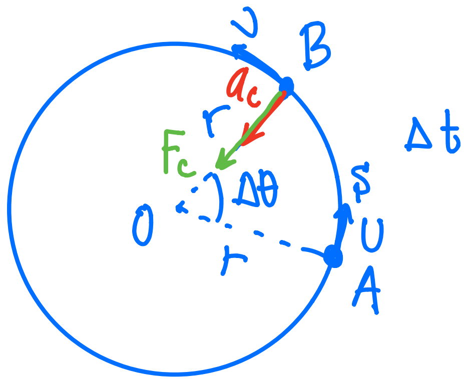
PGC-03

MOUVEMENT CURVILIGNE UNIFORME – RAPPEL

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

$$\omega = \frac{d\theta}{dt}$$

$\omega, v =$ constante



$$v = \frac{ds}{dt}$$

$$a_c = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r$$

$$\vec{F}_c = m a_c = m\frac{v^2}{r} = m\omega^2 r$$

QUESTION

Une balle roule du sommet d'une colline avec une vitesse *v*. À ce moment:

(a) $F_N > F_W$

(b) $F_N = F_W$

(c) $F_N < F_W$

(d) On ne peut pas dire si on ne connait pas *v*

Si (b): $\sum F_y = F_N - F_W = 0$

$\sum F_x = 0$

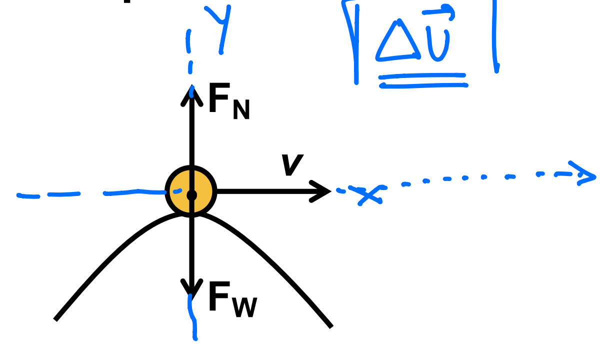
$\Rightarrow \sum \vec{F} = 0$

$|v| = \text{const}$? Non!

$\boxed{\Delta \vec{v}}$

Alors: $\sum F_y > 0 \Rightarrow F_W > F_N$

(+)↓



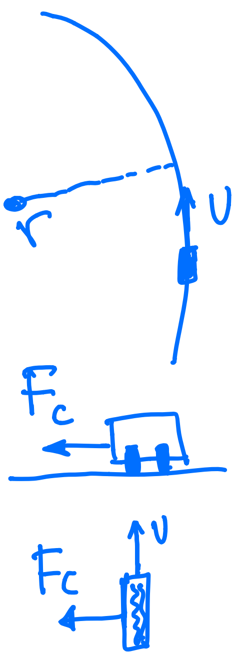
EXEMPLE – TOURNER AU COIN I

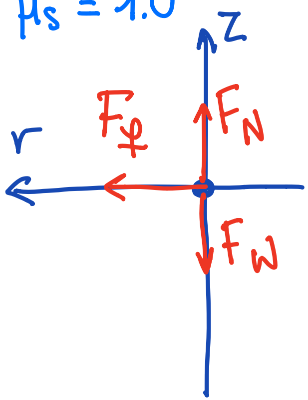
Quelle est la vitesse maximale d'une voiture de 1500 kg pour qu'elle prenne un virage de rayon r = 50 m sans glisser? Considerez μ_s = 1.0.

$m = 1500\,kg$

$r = 50\,m$

$\mu_s = 1.0$





$$\Sigma F_z = 0 \Rightarrow F_N = F_W = mg \quad (1)$$

$$\Sigma F_r = m a_c \Rightarrow F_f^{max} = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow \mu_s F_N = \frac{mv^2}{r}$$

$$\Rightarrow v^2 = \frac{\mu_s F_N \cdot r}{m} \overset{(1)}{=} \mu_s g r \Rightarrow$$

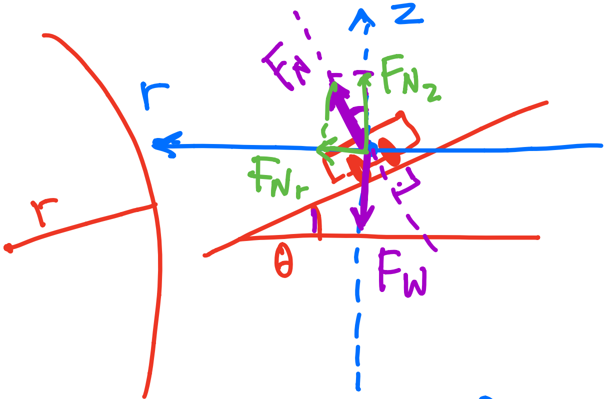
$$\Rightarrow v = \sqrt{\mu_s g r} = \ldots = 22\ m/s$$

vitesse Maximale!

Calulée pour $F_f = F_f^{max}$

EXEMPLE – TOURNER AU COIN II

Cette même voiture prend un virage de rayon r = 70 m à une autoroute relevée à une angle θ = 15º. Quelle est la vitesse v_0 à la quelle la voiture peut tourner sans l'assistance du frottement.



$$\Sigma F_z = 0 \Rightarrow F_W = F_{N_z} = F_N \cos\theta$$

$$\Rightarrow F_N = \frac{F_W}{\cos\theta} \quad (1)$$

$$\Sigma F_r = F_{N_r} = m a_c \Rightarrow$$

$$F_N \sin\theta = \frac{m v_0^2}{r} \quad (2)$$

$$(1),(2) \Rightarrow \frac{\cancel{m}g}{\cos\theta} \cdot \sin\theta = \frac{\cancel{m}v_0^2}{r} \Rightarrow$$

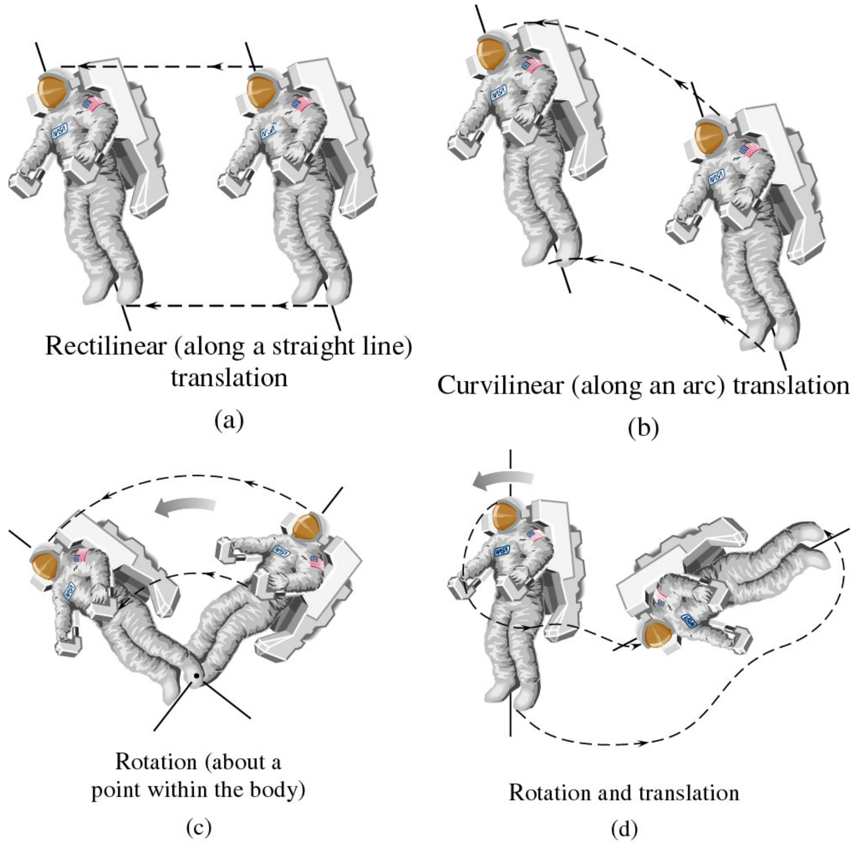
$$\boxed{v_0 = \sqrt{g r \tan\theta}}$$

MOUVEMENT DE ROTATION

Translation

vs

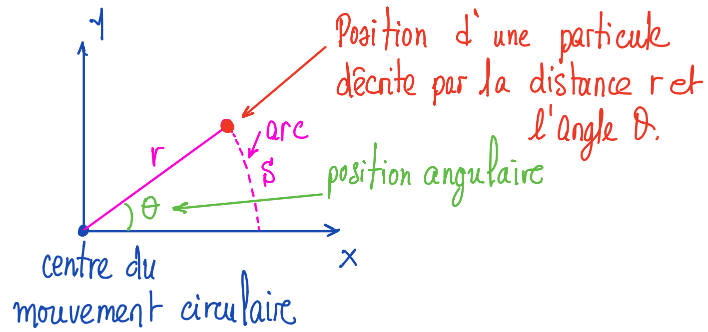
Rotation

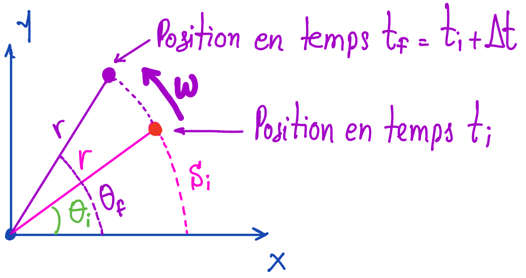


PARAMÉTRISATION DU MOUVEMENT DE ROTATION

θ : radiant

$\underline{\underline{rad}}$



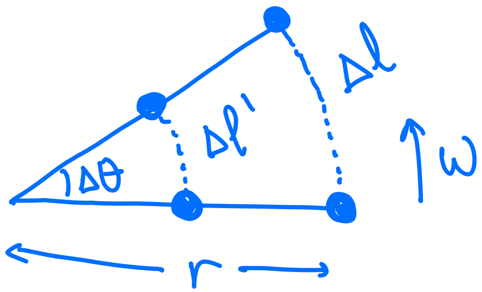


LA VITESSE ANGULAIRE

$$\Delta \ell = r \cdot \Delta\theta$$

$$v_m = \frac{\Delta \ell}{\Delta t} = r \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

$$v = r \cdot \omega$$



ACCÉLÉRATION ANGULAIRE

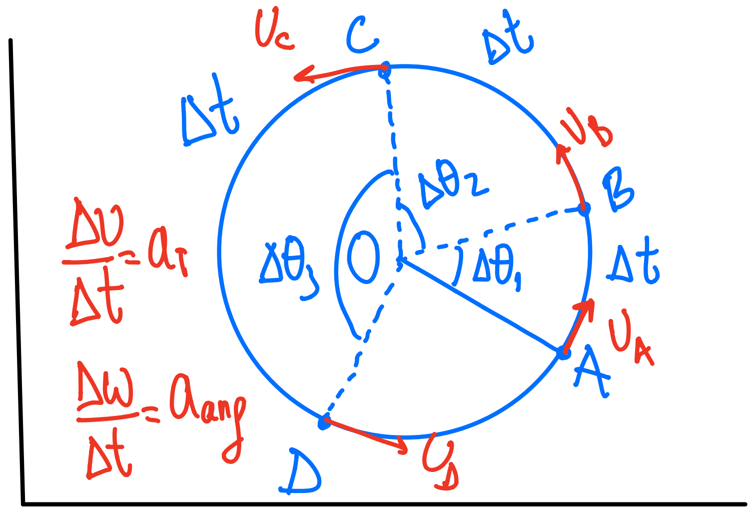
$\omega = \dfrac{\Delta\theta}{\Delta t} \neq \text{const}$

$a_{ang}^{m} = \dfrac{\Delta\omega}{\Delta t} = \dfrac{\omega_f - \omega_i}{t_f - t_i}$

$[a_{ng}] = \dfrac{[\omega]}{[t]} = \dfrac{rad}{s^2}$

$\Delta t \to 0$

$a_{ang} = \dfrac{d\omega}{dt} = \dfrac{d^2\theta}{dt^2}$



$\dfrac{\Delta v}{\Delta t} = a_T$

$\dfrac{\Delta\omega}{\Delta t} = a_{ang}$

$v = r \cdot \omega \Rightarrow \dfrac{dv}{dt} = r\,\dfrac{d\omega}{dt} \Rightarrow$

$\Rightarrow a_T = r \cdot a_{ang}$

!

$a_{ang} \neq a_c$

ACCÉLÉRATION ANGULAIRE ET ACCÉLÉRATION CENTRIPÈTE

$$\frac{d}{dt}(l) = \frac{d}{dt}(r\theta)$$

$$\frac{d}{dt}(v) = \frac{d}{dt}(r\omega)$$

$$l = r.\theta$$

$$v = r.\omega$$

$$a_T = r.a_{ang}$$

$$a_c = \frac{v^2}{r}$$

$[l, r] = m$

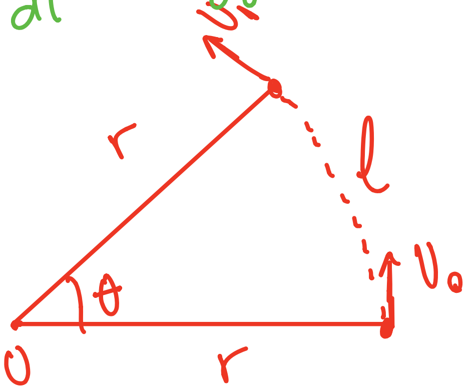
$[\theta] = rad$

$[v] = m/s$

$[\omega] = rad/s$

$[a_c, a_T] = m/s^2$

$[a_{ang}] = rad/s^2$



$\underline{\underline{a_c}}$: changement direction $\vec{v}$

$\underline{\underline{a_T}}$: changement module $\vec{v}$

EXEMPLE

$r = 50\,m$

$\omega = 0.60\ rad/s$

$a_{ang} = 0.20\ rad/s^2$

$v = ?$

$a_c = ?$

$a_T = ?$

$a_{TOT} = ?$

Une voiture de Formule 1 prend un virage de 50m de rayon avec une vitesse angulaire de 0.60 rad/s et une accélération angulaire de 0.20 rad/s². Calculez sa vitesse linéaire au début du virage, son accélération centripète, ses accélérations tangentielle et totale.

$$v = r \cdot \omega = 50\,m \cdot 0.60\ rad/s = 30\ m/s$$

$$a_c = \frac{v^2}{r} = \dots = 18\ m/s^2$$

$$a_T = r \cdot a_{ang} = \dots = 10\ m/s^2$$

$$\vec{a}_{TOT} = \vec{a}_c + \vec{a}_T \Rightarrow a_{TOT} = \sqrt{a_c^2 + a_T^2} = \dots = 21\ m/s^2$$

$$\tan\theta = \frac{a_c}{a_T} = \frac{18}{10} \Rightarrow \dots \theta = \dots$$

RESUMÉ

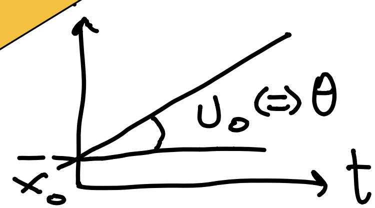
MRU

$a = 0$

$v = \text{const}$

$x_i \quad x_f$

$$v = \frac{dx}{dt} = \text{con}\ldots$$



Rappel!

MRUA

$a = \text{const}$

$x_i \quad x_f$

$v_i \quad v_F$

$a = \text{const}$

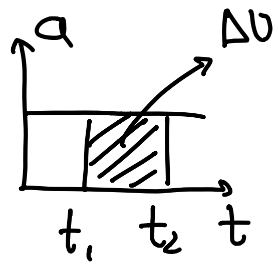
$$v = at + v_o \quad (1) \quad v = f(t)$$

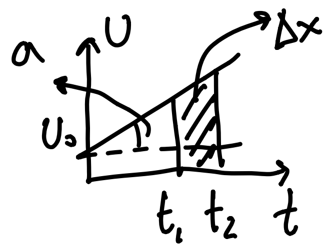
$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_o t + x_o \quad (2) \quad x = f(t)$$

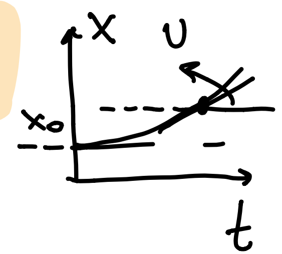
$$(1) \rightarrow t = \frac{v - v_o}{a}$$

$$(2) \longrightarrow v^2 = 2ax + v_o^2 \quad (3)$$

pour $x_o = 0$ $\quad v = f(x)$







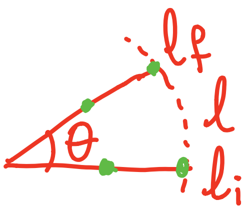
MOUVEMENT CURVILIGNE UNIFORMÉMENT ACCÉLÉRÉ

MRUA	MCUA	
$v = v_0 + at$	$v = v_0 + a_T t$	$\omega = \omega_0 + a_{ang} t$
$v_m = \frac{1}{2}(v + v_0)$	$v_m = \frac{1}{2}(v + v_0)$	$\omega_m = \frac{1}{2}(\omega + \omega_0)$
$x = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$	$l = v_0 t + \frac{1}{2} a_T t^2$	$\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2} a_{ang} t^2$
$v - v_0^2 = 2ax$	$v - v_0^2 = 2 a_T l$	$\omega - \omega_0^2 = 2 a_{ang} \theta$

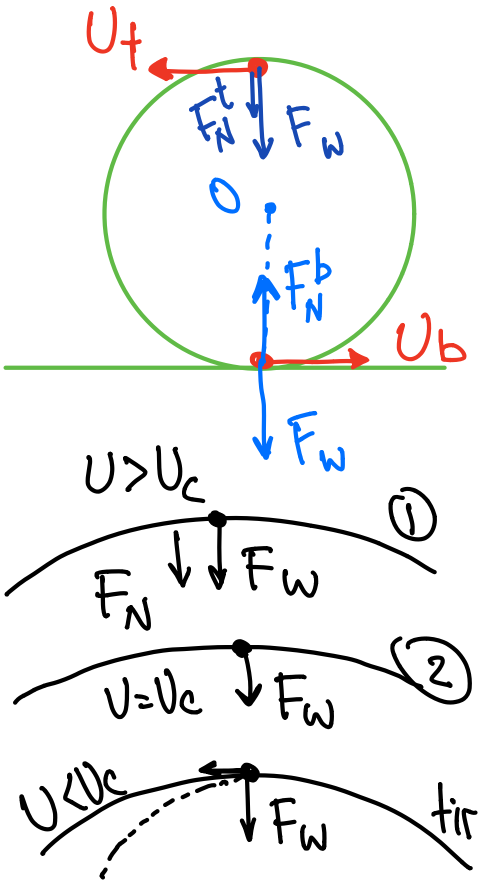
$l = r\theta$

$v = r\omega$

$a_T = r \cdot a_{ang}$



EXEMPLE – LOOP VERTICAL



$$\sum F_r^b = F_N^b - F_W = F_c = \frac{m v_b^2}{r} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_N^b = \frac{m v_b^2}{r} + mg > mg$$

$$\sum F_r^t = F_W + F_N^t = \frac{m v_t^2}{r} \Rightarrow$$

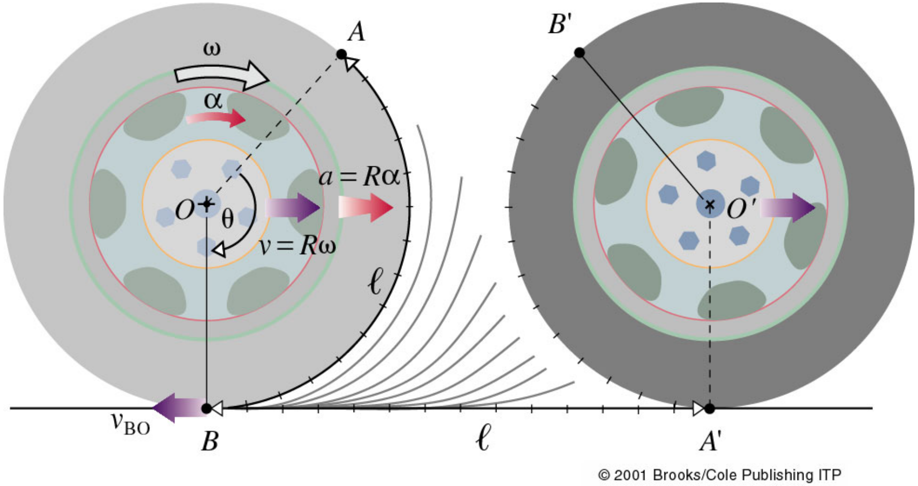
$$\Rightarrow F_N^t = \frac{m v_t^2}{r} - mg \quad (1)$$

Si $F_N^t = 0 \rightsquigarrow$ no contact!

$$F_W = F_c \Rightarrow \frac{\cancel{m} v_t^2}{r} = \cancel{m} g \Rightarrow$$

tir orizontal $\Rightarrow$ $v_t^{min} = \sqrt{gr} = \underline{\underline{v_c}}$

ROULEMENT SANS GLISSEMENT



RESUMÉ

- Un mobile en trajectoire circulaire subit accélération centripète

$a_c = v^2/r$

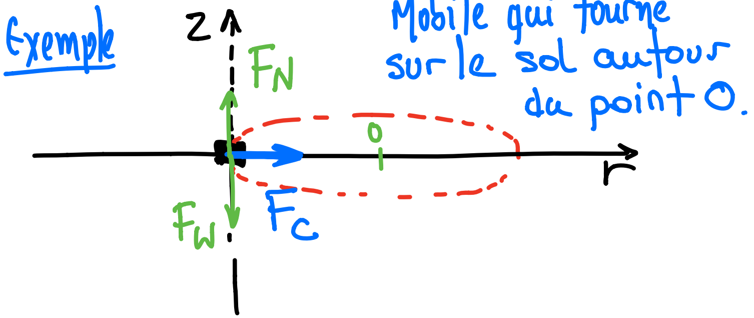
dirigé vers le centre de la trajectoire

$\vec{a}_c \perp \vec{v}$

- Differentes forces peuvent être l'origine de $a_c \Rightarrow F_c$ (eg. force gravitationnelle, tension de corde, frottement des pneus)

- Pour resoudre des problèmes, on place les axes r, z, avec r celui qui suit le rayon du cercle

Exemple



Notez : On utilise le referentiel rz pour decomposer les vecteurs des forces. Nous calculons vitesses et acceleration au système referentiel d'inertie d'un observateur externe qui n'accélère pas!