

UNIVERSITÉ DE GENÈVE
SECTION DE PHYSIQUE

**Méthode de reconstruction du spectre
d'énergie des neutrinos pour
l'expérience K2K**

Raphaël Schroeter

Septembre 2004

TRAVAIL DE DIPLÔME
SOUS LA DIRECTION DE A. BLONDEL ET J. J. GOMEZ-CADENAS

Table des matières

1	Introduction	1
1.1	Faits historiques	1
1.2	Neutrinos de Dirac ou de Majorana	2
1.3	Propriétés des neutrinos et modèle standard	2
1.4	Problématique de la masse du neutrino	3
1.5	Mesure de la masse du neutrino	4
1.6	Les neutrinos solaires	5
2	Oscillations des neutrinos	7
2.1	Phénoménologie des oscillations des neutrinos dans le vide	7
2.2	Oscillations dans la matière	9
2.3	Les neutrinos atmosphériques	10
3	L'expérience K2K	12
3.1	But de l'expérience	12
3.2	Dispositif expérimental	13
4	L'expérience HARP	15
5	Reconstruction du spectre d'énergie	16
5.1	Généralités	16
5.2	Fonction de transport, énergie et poids	17
5.3	Calcul d'erreur sur le flux d'énergie	20
5.4	Résultats	21
6	Etude de l'effet de la distribution des particules primaires le long de la cible	21
6.1	Problématique	21
6.2	Résultats	25
7	Conclusions	27

Résumé

La prédiction précise du flux ¹ de neutrinos, en absence d'oscillation, sur le détecteur lointain demeure le défi majeur d'une expérience d'oscillations des neutrinos sur une longue distance. Le flux est construit à partir de la section efficace différentielle de production des pions, déterminée expérimentalement. Une fonction de transport, produite à partir d'une simulation Monte-Carlo, connecte la section efficace de production et le flux. Cette fonction tient compte des effets géométriques entre les points de production et de détection mais ne dépend pas du modèle de production des hadrons utilisé dans la simulation.

La première section introduit les propriétés générales des neutrinos, la problématique de leur masse ainsi que le problème des neutrinos solaires. La deuxième section démontre la phénoménologie des oscillations des neutrinos ainsi que les résultats des expériences des neutrinos atmosphériques. Les sections trois et quatre décrivent les expériences K2K et HARP ainsi que leurs buts respectifs. La section cinq présente la méthode de reconstruction des spectres d'énergie. Dans la section six, nous étudions l'effet de la distribution le long de la cible des particules primaires sur les différents flux de neutrinos. Enfin, dans la section sept, nous concluons sur la validité des méthodes présentées ainsi que sur les futures analyses à effectuer.

¹Dans la rédaction de cette étude, les termes *flux* et *spectre d'énergie* sont utilisés indifféremment.

1 Introduction

1.1 Faits historiques

Le concept de neutrino apparaît pour la première fois en 1930 comme hypothèse formulée par Wolfgang Pauli afin d'expliquer le spectre d'énergie continu des électrons dans la désintégration β . Lors de cette désintégration, un noyau radioactif A est transmuté en un noyau B plus léger avec émission d'un électron :



Dans la désintégration à deux corps sans neutrino, nous pouvons déterminer entièrement par la cinématique les énergies sortantes dans le référentiel du centre de masse. Après spécification des trois masses présentes dans le processus, il est possible de prédire l'énergie de l'électron. Cette énergie est *fixe*.

Or, les résultats des expériences montraient une énergie des électrons qui variait considérablement (voir fig. 1), contredisant de ce fait la loi de conservation d'énergie.

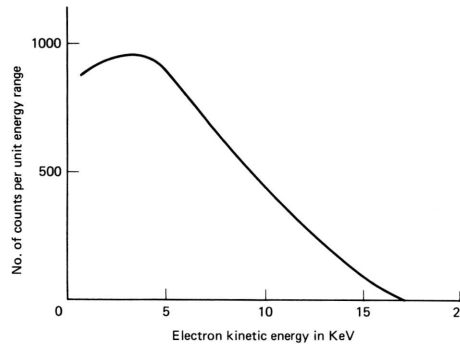


FIG. 1 – Spectre de la désintégration beta du tritium (${}^3_1\text{H} \rightarrow {}^3_2\text{He}$).

Cependant, cet intervalle d'énergie se comportait exactement de la même manière que trois particules se partageant l'énergie dans une désintégration à trois corps, afin de satisfaire aux lois de conservation de quantité de mouvement et d'énergie. Pauli imposa cette troisième particule, neutre, avec spin $1/2$ pour se conformer respectivement aux lois de conservation de la charge électrique et du moment angulaire. Fermi nomma cette particule neutrino.

En 1934, Fermi présenta sa théorie de désintégration β , basée sur celle de Bethe & Peierls [3] prédisant que la section efficace de l'interaction du neutrino avec la matière devait être extrêmement faible. La masse au repos du neutrino devait être très petite sans toutefois disparaître. L'équation de la désintégration β devint alors :



Le neutron se transforme en proton avec émission d'un électron et d'un antineutrino.

La première évidence expérimentale d'une réaction induisant un neutrino a été développée en 1956 par Cowan et Reines [4]. Ces derniers utilisèrent un réservoir d'eau placé à proximité d'un réacteur nucléaire et observèrent la désintégration beta inverse :



Leurs résultats confirmèrent sans ambiguïté l'existence du neutrino. Trente-neuf ans plus tard, ils reçurent le Prix Nobel pour cette découverte.

Quelques années après, deux autres types de neutrinos furent découverts : le neutrino muonique (ν_μ) en 1962 et le neutrino taunique (ν_τ) en 1975. Le concept de mélange des neutrinos est proposé en 1962 par Maki *et al.* [5], et par Pontecorvo en 1967. Ce dernier avait déjà avancé l'hypothèse d'une oscillation entre neutrino et anti-neutrino en 1958.

Maki, Nagakawa et Sakata énoncèrent en 1962 la possibilité d'un mélange arbitraire entre deux états de neutrinos massifs [5].

Lee et Yang, avec leur proposition de violation de parité dans les désintégrations beta [7], franchirent une étape magistrale dans la compréhension des interactions faibles et donc de la physique des neutrinos. Salam quant à lui, réalisa rapidement que la violation de la parité dans les interactions faibles pouvait être expliquée par la disparition de la masse des neutrinos.

Wu *et al.* démontrèrent la violation de la parité en mesurant la distribution angulaire des électrons dans une désintégration β d'atomes de ^{60}Co polarisés [8]. Afin d'expliquer leurs mesures, il fût naturel d'introduire une théorie du neutrino à deux composantes, dans laquelle le champ du neutrino était soit gaucher, spin et quantité de mouvement anti-parallèles, soit droitier, spin et quantité de mouvement parallèles et de masse nulle. Le champ du neutrino fut établi comme gaucher par Goldhaber *et al.* en 1958.

Glashow en 1961 [9] puis Salam et Ward en 1964 [10], effectuèrent les premières étapes vers une unification de la force faible et de la force électromagnétique, suivi par Weinberg en 1967 [11] qui contribua à cette unification en estimant les masses du W et du Z .

Ensemble, ils développèrent les théories modernes des interactions faibles qui furent intégrées dans une description mathématique plus générale appelée *Modèle Standard* (MS). Salam, Glashow et Weinberg se sont partagé le Prix Nobel en 1979.

1.2 Neutrinos de Dirac ou de Majorana

L'équation de Dirac fut la première à proposer le concept de particule et d'anti-particule, avec, comme candidat de choix pour l'anti-particule, l'électron positif. Alors que les électrons positifs sont clairement distincts de leur contrepartie négative de par leurs propriétés électromagnétiques, il est plus difficile de différencier une particule neutre de son anti-particule. Par exemple, le pion neutre est identique à son anti-particule alors que le kaon neutre ne l'est pas. Le pion et le kaon, qui sont tous deux des bosons, sont composés de deux fermions chargés, le quark et l'anti-quark. En conséquence, une *particule de Dirac* est une particule distincte de son anti-particule ².

Le concept d'une particule qui est identique à son anti-particule a été formellement introduit par Majorana en 1937. Pour cette raison nous appelons de telles particules, *particules de Majorana*.

La simple observation des doubles désintégrations beta sans neutrino :

$$(Z, A) \rightarrow (Z + 2, A) + e^+e^+ \quad (1.4)$$

suffit à prouver que les neutrinos sont des particules de Majorana. Les doubles désintégrations beta sans neutrino sont uniquement possibles lorsque le neutrino est sa propre anti-particule.

1.3 Propriétés des neutrinos et modèle standard

Dans le modèle standard (MS) les interactions fortes, faibles et électromagnétiques sont reliées respectivement aux groupes de gauge $SU(3)$, $SU(2)$ et $U(1)$. Les caractéristiques d'une de ces trois interactions sont révélées au travers des symétries présentes dans le groupe auquel l'interaction appartient.

En particulier, la manière dont les fermions sont affectés par ces différentes interactions est déterminée par leur représentation à l'intérieur des groupes de symétrie correspondants.

²voir [2] sect. 1.2 pour une explication exhaustive du sujet

Les neutrinos sont des fermions qui sont insensibles aux interactions forte et faible. Dans un langage de théorie des groupes, ils sont des singlets de $SU(3)_C \times U(1)_{EM}$.

Le MS possède trois neutrinos. Ils sont contenus dans les doublets de lepton :

$$L_l = \begin{pmatrix} \nu_{Ll} \\ l_{\bar{L}} \end{pmatrix} \quad l = e, \mu, \tau \quad (1.5)$$

où e, μ et τ sont les états propres de masse des leptons chargés. Les trois états propres d'interaction des neutrinos, l'électron (ν_e), muon (ν_μ) et (ν_τ), sont définis comme les partenaires $SU(2)_L$ des états propres de masse des leptons chargés.

Les interactions faibles sont dues au couplage des quarks et des leptons avec les bosons vectoriels de gauge W et Z . Ces interactions sont décrites par les Lagrangiens du courant chargé (CC) et du courant neutre (NC) :

$$\mathcal{L}_I^{CC} = -\frac{g}{2\sqrt{2}} j_\rho^{CC} W^\rho + h.c. \quad (1.6)$$

$$\mathcal{L}_I^{NC} = -\frac{g}{2 \cos \theta_W} j_\rho^{NC} Z^\rho \quad (1.7)$$

où g est la constante de couplage de $SU(2)_L$, θ_W est l'angle faible et les courants chargés et neutres, j_ρ^{CC} et j_ρ^{NC} , sont donnés par :

$$\begin{aligned} j_\rho^{CC} &= 2 \sum_{l=e,\nu,\tau} \bar{\nu}_{lL} \gamma_\rho l_L + \dots \\ j_\rho^{NC} &= \sum_{l=e,\nu,\tau} \bar{\nu}_{lL} \gamma_\rho \nu_{lL} + \dots \end{aligned} \quad (1.8)$$

où les l sont les leptons physiques chargés avec masses m_l . Seuls les termes qui contiennent les champs de neutrinos ont été formulés dans l'équation (1.8).

Les trois saveurs des neutrinos semblent être intimement liées aux trois saveurs des leptons ainsi qu'aux trois saveurs des quarks. La nature semble se répéter trois fois avec des masses différentes. La raison n'est pas connue mais semble être la conséquence de la symétrie d'une théorie supérieure.

Il est possible de rencontrer d'autres types de neutrinos, mais, soit ils ne participent pas aux interactions (neutrinos stériles), soit ils sont extrêmement massifs. De plus, nous connaissons le nombre de saveurs des neutrinos par la mesure de la largeur invisible du Z [13]. Celle-ci a été calculée au LEP en analysant la courbe de masse du Z . Le mode $Z \rightarrow \nu\bar{\nu}$ contribue à la largeur invisible de la désintégration du Z : $\Gamma_{inv} = \Gamma_{tot} - \Gamma_l - \Gamma_h$, où Γ_{tot} , Γ_l et Γ_h sont respectivement les largeurs totales, leptoniques (chargées) et hadroniques. Le nombre effectif de neutrinos est défini par $N_\nu = \Gamma_{inv}/\Gamma_\nu$, où Γ_ν est la largeur du neutrino dans le MS. La valeur du fit (figure 2) donne $N_\nu = 2.994 \pm 0.012$, qui est consistant avec la valeur attendue.

1.4 Problématique de la masse du neutrino

Il n'existe aucune symétrie de gauge exacte qui empêche un neutrino de posséder une masse. Les symétries exactes $U(1)$ et $SU(3)$ du MS imposent une masse nulle aux photons et aux gluons. Aucun boson de gauge de masse nulle ne correspond au nombre leptonique : les neutrinos devraient avoir une masse non-nulle.

Le modèle standard électro-faible contient seulement un neutrino gaucher dans chaque génération (saveur). Pour cette raison, dans ce modèle, le neutrino ne peut pas avoir un terme de masse de Dirac car celui-ci exige deux états d'hélicité pour chaque particule.

Ce problème n'apparaît pas pour un terme de masse de Majorana. En effet, ce terme requiert un seul état d'hélicité pour la particule et l'état d'hélicité inverse pour son anti-particule. Or,

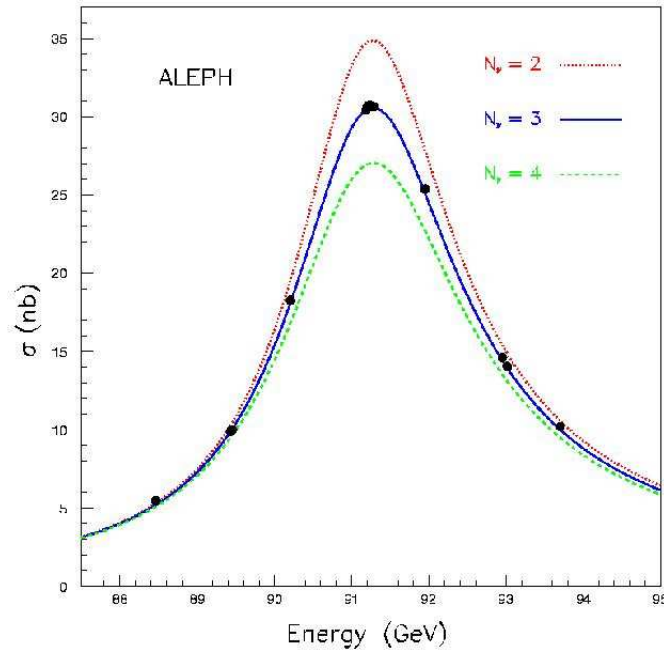


FIG. 2 – ALEPH 1993 : Section efficace hadronique en fonction de l'énergie dans le référentiel du centre de masse. Les espérances pour 2, 3 ou 4 neutrinos sont superposées.

le terme de masse de Majorana viole le nombre leptonique par deux unités alors que le MS préserve ce nombre leptonique dans chaque génération.

Pour cette raison, aucun des deux termes de masse (Dirac ou Majorana) ne peut apparaître dans une théorie perturbative d'ordre quelconque, ou en présence d'effets non-perturbatifs. Par conséquent, le neutrino n'a ni masse ni moment magnétique dans le MS.

Malgré le succès du MS, il apparaît que ce modèle manque d'extension et de généralisation. Dans sa forme actuelle il n'est ni capable de prédire la masse des fermions, ni d'expliquer le nombre de familles de fermions : électron, muon, tau, leurs neutrinos ainsi que les familles de quarks.

1.5 Mesure de la masse du neutrino

Des mesures directes et précises de la masse des neutrinos ont été effectuées au travers de l'étude des propriétés de la cinématique de désintégration. Ces mesures ont fixé les limites supérieures de la masse des neutrinos. La mesure la plus sensible de la masse du ν_e provient de la queue du spectre d'énergie de l'électron dans la désintégration beta du tritium. En effet, la queue du spectre est décalée vers des valeurs inférieures si le ν_e a une masse finie. Plusieurs expériences ont effectué de telles mesures et ont démontré une limite supérieure de quelques eV.

La limite précise sur la masse du neutrino muonique est calculée à partir des mesures du spectre du muon dans la désintégration du pion. La limite sur la masse du neutrino taunique est obtenue par l'étude de la désintégration du tau en hadrons.

Les limites sur les masses des trois différents neutrinos figurent dans la table 1.

Neutrino	Limite sur la masse	Expérience
m_{ν_e}	3 eV	désintégration β du H^3
m_{ν_μ}	190 keV (90% C.L.)	désintégration π
m_{ν_τ}	18.2 MeV (90% C.L.)	désintégration τ

TAB. 1 – Limites actuelles sur les masses des neutrinos [1].

1.6 Les neutrinos solaires

Les réactions nucléaires qui génèrent l'énergie solaire produisent les neutrinos solaires via deux processus différents :

- la chaîne proton-proton (p-p)
- le cycle CNO

Cinq réactions nucléaires produisent des ν_e dans la chaîne p-p et trois dans le cycle CNO. Les deux chaînes résultent de la fusion de protons en ^4He :



où l'énergie relâchée dans la réaction, $Q = 4m_p - m_{^4\text{He}} - 2m_e \sim 26\text{MeV}$, rayonne principalement à travers les photons. Seule une faible quantité d'énergie est transportée par les neutrinos, $\langle E_{2\nu_e} \rangle = 0.59\text{MeV}$.

Les modèles solaires [18] décrivent les propriétés du soleil et son évolution après son entrée dans la séquence principale. Les modèles sont basés sur l'observation d'un ensemble de paramètres comme la luminosité de la surface, l'âge, le rayon et la masse, ainsi que sur des hypothèses de base comme la symétrie sphérique, les équilibres hydrostatiques et thermiques, l'équation d'état d'un gaz idéal et les abondances actuelles des éléments en surface, similaires à la composition primaire. Grâce à de tels modèles, il est possible de prédire le flux ainsi que le spectre d'énergie des neutrinos solaires sur terre.

En 1964, Raymond Davis et ses collaborateurs proposèrent une expérience dans le but de détecter les neutrinos solaires, produits dans la réaction ^8B , en utilisant un réservoir rempli de chlore. Peu après, Davis débuta son expérience historique dans la mine de Homestake (South Dakota, USA) [19].

Quatre ans plus tard, Davis et ses collaborateurs informèrent la communauté scientifique de la présence d'un déficit dans le flux des neutrinos solaires par rapport aux prédictions du modèle solaire standard (SSM) défini par Bahcall *et al.* [18]. Cette différence fut appelée *l'anomalie des neutrinos solaires* ou encore *le problème des neutrinos solaires*. L'expérience de Davis ainsi que le SSM ont été fortement critiqués. Cependant, Grivob et Pontecorvo interprétèrent ce déficit comme une évidence des oscillations des neutrinos.

Pendant les vingt années qui suivirent, beaucoup de différentes possibilités ont été examinées afin d'expliquer ce déficit. Il s'avéra que le SSM ainsi que l'expérience de Davis furent corrects. Les modèles standards ont été soigneusement redéfinis en tenant compte des informations fournies par de nouvelles expériences et observations.

Dès lors, plusieurs autres expériences ont rejoint celle de Davis : GALLEX (Gran Sasso, Italie) [20], SAGE (Baksan, Russie) [21], Kamiokande et Superkamiokande (Kamioka, Japon) [22] et plus récemment SNO (Sudbury, Canada) [23]. Chacune de ces expériences a mesuré une partie spécifique du spectre des neutrinos solaires (figure 3).

Avant les mesures du courant neutre à SNO, toutes les expériences observaient un flux plus petit que les prédictions du SSM, $\Phi^{obs}/\Phi_{SSM} \sim 0.3 - 0.6$ (voir figure 4). Chaque expérience démontre un déficit différent qui semble indiquer que l'effet est dépendant de l'énergie.

L'expérience SNO est sensible aux interactions neutres et chargées ainsi qu'aux diffusions élastiques. Les résultats des mesures des interactions neutres confirment le flux de neutrinos prédit par le SSM. Ce flux est composé principalement de ν_μ et/ou ν_τ .

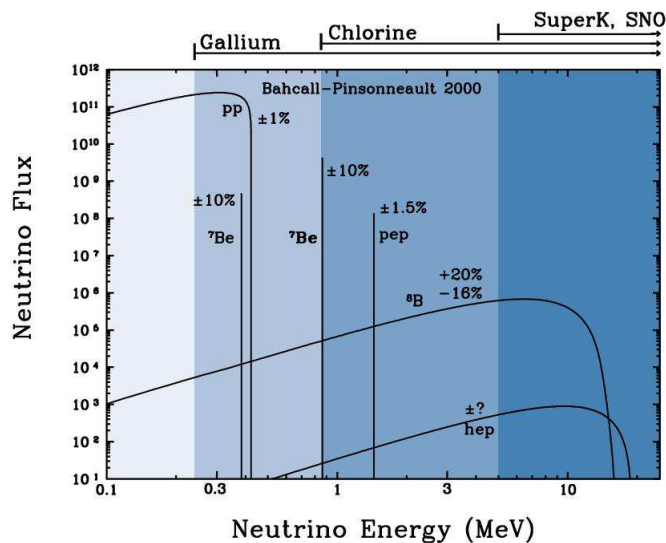


FIG. 3 – Le flux des neutrinos provenant de la chaîne p-p en fonction de l'énergie.

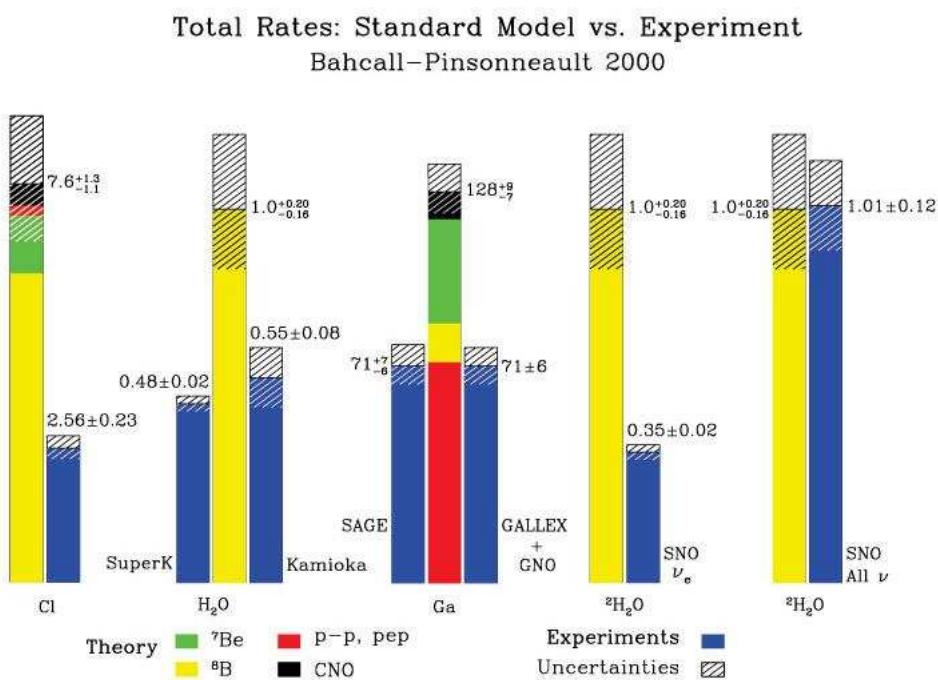


FIG. 4 – Prédications du modèle standard solaire avec les taux complets d'observation de six expériences de neutrinos solaires : Chlorine, Super-Kamiokande, Kamiokande, GALLEX, SAGE et SNO. Les prédictions pour chaque type de réaction sont représentées par une couleur différente. Les incertitudes 1σ sont indiquées en hachuré pour les valeurs expérimentales et prédites.

2 Oscillations des neutrinos

2.1 Phénoménologie des oscillations des neutrinos dans le vide

L'idée principale de la théorie des oscillations des neutrinos présuppose que les neutrinos produits dans les interactions faibles, qui sont des états propres des interactions faibles, ne sont pas des états propres de masse.

Un neutrino produit par la force faible est décrit comme une superposition d'ondes de matière (états propres de masse). Ces ondes de matière interfèrent entre elles de manière constructive ou destructive au fur et à mesure de l'évolution du neutrino dans l'espace. Ces interférences peuvent avoir lieu seulement si ces ondes de matière ont différentes masses. Dans le cas contraire, elles restent en phase.

En d'autres mots, lorsqu'un neutrino d'une certaine saveur est produit avec une quantité de mouvement bien définie, les différents états de masse se propagent à travers l'espace avec des vitesses différentes. Après un certain temps, les états propres de masse deviennent déphasés les uns par rapport aux autres et le mélange qu'ils forment évolue. En conséquence, un neutrino d'une certaine saveur devient une superposition variable au cours du temps des trois saveurs.

La base qui diagonalise l'hamiltonien électro-faible (la base des saveurs) est une superposition cohérente des états propres de masse :

$$|\nu_\alpha\rangle = \sum_i U_{\alpha i} |\nu_i\rangle \quad (2.1)$$

où $(\alpha = e, \mu, \tau)$, $(i = 1, 2, 3)$ et U est une matrice unitaire de mélange entre les états propres des saveurs du neutrino.

DYNAMIQUE DE MÉLANGE POUR DEUX FAMILLES DE NEUTRINOS

Considérons maintenant un mélange entre deux saveurs de neutrino, par exemple ν_e et ν_μ et deux états propres de masse, ν_1 et ν_2 . Dans ce cas, la matrice U est une matrice de rotation de dimension 2×2 . Nous trouvons :

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \end{pmatrix} \quad (2.2)$$

ce qui est équivalent, en utilisant la notation $|\nu\rangle$ qui représente le vecteur fonction d'onde du neutrino, à :

$$\begin{aligned} |\nu_e\rangle &= \cos \theta |\nu_1\rangle + \sin \theta |\nu_2\rangle \\ |\nu_\mu\rangle &= -\sin \theta |\nu_1\rangle + \cos \theta |\nu_2\rangle \end{aligned} \quad (2.3)$$

Les états propres de masse évoluent de manière très simple au cours du temps car ils sont des états propres de l'hamiltonien :

$$\begin{aligned} |\nu_1(t)\rangle &= e^{-iE_1 t} |\nu_1\rangle = e^{-i\sqrt{m_1^2 + p^2} t} |\nu_1\rangle \\ &\simeq e^{-i(p + \frac{m_1^2}{2p}) t} |\nu_1\rangle \\ |\nu_2(t)\rangle &\simeq e^{-i(p + \frac{m_2^2}{2p}) t} |\nu_2\rangle \end{aligned} \quad (2.4)$$

où nous avons utilisé l'approximation

$$E_i = \sqrt{m_i^2 + p^2} \simeq p + \frac{m_i^2}{2p}, \quad m \ll p \quad (2.5)$$

Si un neutrino électronique est créé à $t = 0$, sa fonction d'onde est $|\Psi(t)\rangle = |\nu_e\rangle$. Pour $t > 0$ nous avons :

$$\begin{aligned} |\Psi(t)\rangle &= c|\nu_1(t)\rangle + s|\nu_2(t)\rangle \\ &\simeq e^{-ip} \left(c e^{-i\frac{m_1^2}{2p}t} |\nu_1\rangle + s e^{-i\frac{m_2^2}{2p}t} |\nu_2\rangle \right) \end{aligned} \quad (2.6)$$

où $c \equiv \cos \theta$ et $s \equiv \sin \theta$, pour simplifier la notation. La probabilité pour que le $|\nu_e\rangle$ original, maintenant décrit par $|\Psi(t)\rangle$, ait oscillé vers un $|\nu_\mu\rangle$ est :

$$\begin{aligned} P_{\nu_e \rightarrow \mu}(t) &= |\langle \nu_\mu | \Psi(t) \rangle|^2 \\ &\simeq \left| (-s\langle \nu_1 | + c\langle \nu_2 |) \left(c e^{-i\frac{m_1^2}{2p}t} |\nu_1\rangle + s e^{-i\frac{m_2^2}{2p}t} |\nu_2\rangle \right) \right|^2 \\ &= \left| -s c e^{-i\frac{m_1^2}{2p}t} + c s e^{-i\frac{m_2^2}{2p}t} \right|^2 \\ &= 2s^2 c^2 \left(1 - \cos \left(\frac{m_1^2 - m_2^2}{2p} t \right) \right) \\ &\simeq \sin^2(2\theta) \sin^2(\delta_{12}) \end{aligned} \quad (2.7)$$

où $\Delta m_{12}^2 \equiv m_1^2 - m_2^2$, $\delta_{12} \equiv \frac{\Delta m_{12}^2 L}{4E}$ et où nous avons utilisé la relation $\cos^2(x) \sin^2(x) = \frac{1}{4} \sin^2(2x)$ ainsi que les unités naturelles $p \simeq E, t \simeq L$, avec L la distance à laquelle nous détectons le neutrino.

La probabilité d'oscillation est une fonction périodique de la distance. Comme nous pouvons le voir dans l'équation (2.7), l'oscillation maximale a lieu pour $\theta = \frac{\pi}{4}$, c'est à dire lorsqu'il y a mélange maximal entre les états propres faibles et de masse. Dans ce cas, la période de l'oscillation est $2\pi \frac{2E}{\Delta m^2}$.

En convertissant l'équation (2.7) dans les unités de laboratoire nous obtenons :

$$\begin{aligned} \frac{\Delta m_{12}^2 L}{2p} &= \frac{1}{4} \frac{1}{\hbar c} \frac{\Delta m_{12}^2}{E} L \simeq 1.27 \frac{\Delta m_{12}^2}{E} L \\ \left[\frac{\Delta m_{12}^2 L}{2p} \right] &= \frac{[eV^2][m]}{[MeV]} \end{aligned} \quad (2.8)$$

L'équation (2.8) nous donne la sensibilité de l'expérience. En principe nous aimerions mesurer la *différence de masse* Δm_{12}^2 qui est très petite. Pour cette raison il faudrait tendre vers un rapport $\frac{L}{E}$ aussi grand que possible et donc travailler avec des neutrinos de faible énergie qui parcourent une grande distance.

DYNAMIQUE DE MÉLANGE POUR TROIS FAMILLES DE NEUTRINOS

Généralisons maintenant ce formalisme pour 3 familles de neutrinos. Si nous décrivons les états propres faibles comme fonction des états propres de masse nous trouvons l'équivalent leptonique de la matrice de Cabbibo-Kobayashi-Maskawa, la matrice de Pontecorvo-Maki-Nakagawa-Sakata (PMNS) :

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix} = U \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \end{pmatrix} \quad (2.9)$$

avec $U \equiv U_{23}U_{13}U_{12}$, où

$$U_{23} \equiv \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{23} & s_{23} \\ 0 & -s_{23} & c_{23} \end{pmatrix} \quad (2.10)$$

$$U_{13} \equiv \begin{pmatrix} c_{13} & 0 & s_{13}e^{i\delta} \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_{13}e^{-i\delta} & 0 & c_{13} \end{pmatrix} \quad (2.11)$$

$$U_{12} \equiv \begin{pmatrix} c_{12} & s_{12} & 0 \\ -s_{12} & c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.12)$$

où nous avons utilisé la notation $c_{ij} \equiv \cos \theta_{ij}$ et $s_{ij} \equiv \sin \theta_{ij}$. Nous trouvons trois angles de mélange θ_{ij} ainsi qu'une phase δ qui, si non-nulle, est responsable de la violation CP.

L'utilisation de ces paramètres découple la matrice de rotation de dimension 3 en un produit de trois rotations indépendantes : la première dans le plan 23 qui est responsable des transitions atmosphériques, la seconde dans le plan 12 qui est responsable des transitions solaires et la dernière qui les connecte toutes.

Sans perte de généralité, nous supposons que tous les angles d'Euler se trouvent dans le premier quadrant, i.e. $0 \leq \theta_{ij} \leq \pi/2$, et que la phase CP n'est soumise à aucune contrainte $0 \leq \delta \leq 2\pi$.

Les probabilités de transition entre les différents saveurs sont :

$$P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta) = -4 \sum_{k>j} \text{Re} [W_{\alpha\beta}^{jk}] \sin^2 \left(\frac{\Delta_{jk}L}{2} \right) \pm 2 \sum_{k>j} \text{Im} [W_{\alpha\beta}^{jk}] \sin^2 (\Delta_{jk}L) \quad (2.13)$$

où $W_{\alpha\beta}^{jk} \equiv [U_{\alpha j} U_{\beta j}^* U_{\alpha k}^* U_{\beta k}]$ et $\Delta_{jk} \equiv \frac{\Delta m_{jk}^2}{2E_\nu}$, et avec le signe qui fait référence aux neutrinos, respectivement anti-neutrinos.

Nous avons comme longueur d'oscillation :

$$L_{osc} = \frac{4\pi E_\nu}{\Delta m_{ij}^2} \quad (2.14)$$

Comme dans le cas d'une oscillation entre deux générations, L dépend de la différence de masse, de la distance à partir de la source et de l'énergie du neutrino.

2.2 Oscillations dans la matière

Dans la matière, la diffraction vers l'avant entre d'une part les neutrinos, et d'autre part, les quarks et les électrons, affecte la propagation des neutrinos. Les courants chargés et neutres provoquent cette diffraction.

Parmi les trois saveurs de neutrinos, seul le ν_e est sensible au courant chargé. Ce phénomène induit des masses effectives $\mu = \pm 2E_\nu A$, où le signe se réfère au ν_e et $\bar{\nu}_e$ respectivement.

$A = \sqrt{2}G_F n_e$ avec n_e la densité ambiante du nombre d'électrons. Les effets de la matière sur les neutrinos ont été traités par Wolfstein, Mikheyev et Smirnov. Nous les appelons les oscillations MSW. Cette théorie a été développée afin d'expliquer l'augmentation des oscillations à l'intérieur du soleil. Les effets de la matière sur les oscillations s'amplifient si $A \gtrsim \Delta_{jk} \equiv \Delta m_{jk}^2 / (2E_\nu)$.

2.3 Les neutrinos atmosphériques

Les observations des neutrinos atmosphériques de l'expérience Kamiokande confirment l'hypothèse d'oscillation des neutrinos.

L'interaction des rayons cosmiques primaires avec l'atmosphère crée des pions et des kaons secondaires. La désintégration des pions et des kaons en muons produit des neutrinos muoniques. A son tour, la désintégration des muons produit des neutrinos électroniques et des anti-neutrinos muoniques.

Le rapport entre les neutrinos muoniques et électroniques peut être facilement calculé par une simulation Monte-Carlo (MC). Une anomalie dans le rapport des saveurs des neutrinos atmosphériques a été mise en relief pour la première fois au travers de l'expérience Kamiokande. Les expériences IMB [24] et Soudan I-II [25] confirment ces résultats.

Le rapport des saveurs leptoniques par le nombre d'événements est comparé avec les prédictions du MC. Ces comparaisons montrent clairement que le flux de neutrinos muoniques décroît et/ou que le flux de neutrinos électroniques croît. Kamiokande [17] a publié un histogramme (voir figure 5) où figure la distribution de l'angle zénithal du double rapport (observé/MC) pour des énergies de la zone multi-GeV³.

Les résultats suggèrent l'existence de la masse des neutrinos et du mélange leptonique.

Super-Kamiokande [22] a mesuré un rapport ν_μ/ν_e plus petit que les prévisions du MC et confirmé la présence des oscillations des neutrinos atmosphériques. La figure 6 montre la distribution de l'angle zénithal pour des événements de type muonique (μ -like) et électronique (e -like) pour des échantillons d'énergie sub-GeV et multi-GeV. Les neutrinos *ascendants* produits au nadir parcourent plus de 10'000 km à travers la terre. Les neutrinos *descendants* parcourent quelques dizaines de kilomètres depuis le zénith.

Le résultat de la distribution de l'angle zénithal montre des déficits pour les événements ascendants de type muonique alors que les événements de type électronique sont consistants avec les prédictions. L'oscillation $\nu_\mu \leftrightarrow \nu_\tau$ produit les déficits à tous les niveaux d'énergie.

L'histogramme de la figure 7 définit les aires délimitant les valeurs possibles des paramètres ($\sin^2 2\theta$, Δm^2). La valeur des paramètres de la région correspondant à 90% de niveau de confiance (C.L.) est donnée par les limites suivantes :

$$\begin{aligned} 0.92 &< \sin^2 2\theta \\ 1.6 \times 10^{-3} &< \Delta m^2 < 3.9 \times 10^{-3} [eV^2] \end{aligned}$$

Cette expérience montre que seuls les neutrinos muoniques atmosphériques disparaissent. Cet effet dépend de l'angle zénithal avec lequel le neutrino est détecté⁴ ainsi que son énergie.

Suite à ces deux expériences, il est devenu urgent d'étudier les oscillations de neutrinos à l'aide d'un accélérateur. Les paramètres d'oscillation ($\sin^2 2\theta$, Δm^2) suggérés par les mesures de neutrinos atmosphériques sont atteignables si le rapport L/E de l'expérience se situe aux alentours de $10^2 \sim 10^3$.

Dans une expérience avec accélérateur, le flux des neutrinos ainsi que leurs saveurs sont bien définis en raison du faisceau quasi-pur de neutrinos muoniques. De cette manière nous pouvons confirmer l'existence des oscillations de neutrinos atmosphériques. Tel est le but de l'expérience K2K.

³sub-GeV (multi-GeV) indique les événements dont l'énergie visible est inférieure (supérieure) à 1.33 GeV

⁴cet angle correspond à la longueur L de l'équation (2.8)

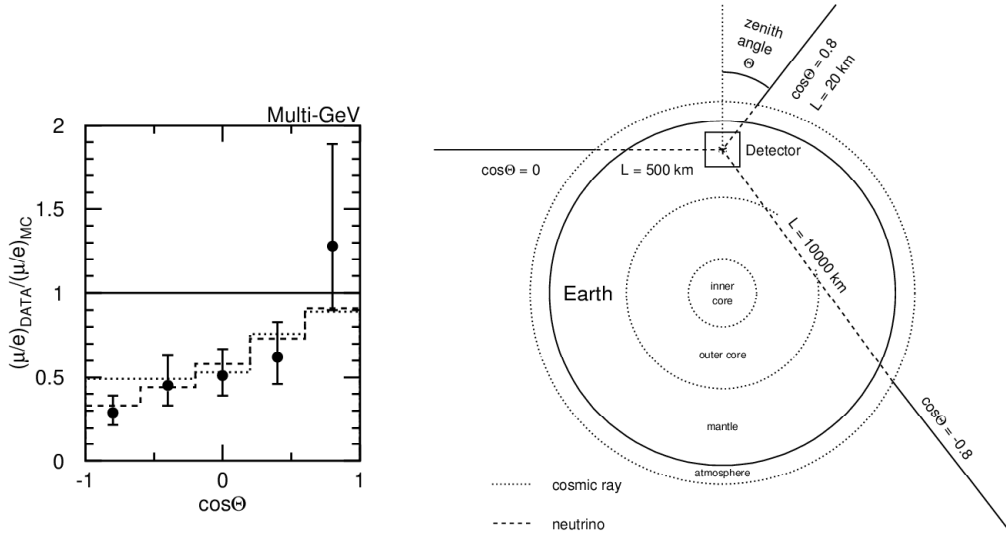


FIG. 5 – A gauche, le rapport $(\mu/e)_{DATA}/(\mu/e)_{MC}$ en fonction du cosinus de l'angle zénithal pour les régions multi-GeV de l'expérience Kamiokande [17]. Cet histogramme contient la prédiction de la simulation MC avec oscillations de neutrinos et avec les paramètres $(\sin^2 2\theta, \Delta m^2)$ correspondants aux oscillations $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ $((1.0, 1.8 \times 10^{-2})$, hachuré) et $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$ $((1.0, 1.6 \times 10^{-2})$, pointillé). A droite, définition de l'angle zénithal ainsi que représentation d'une expérience de neutrinos atmosphériques.

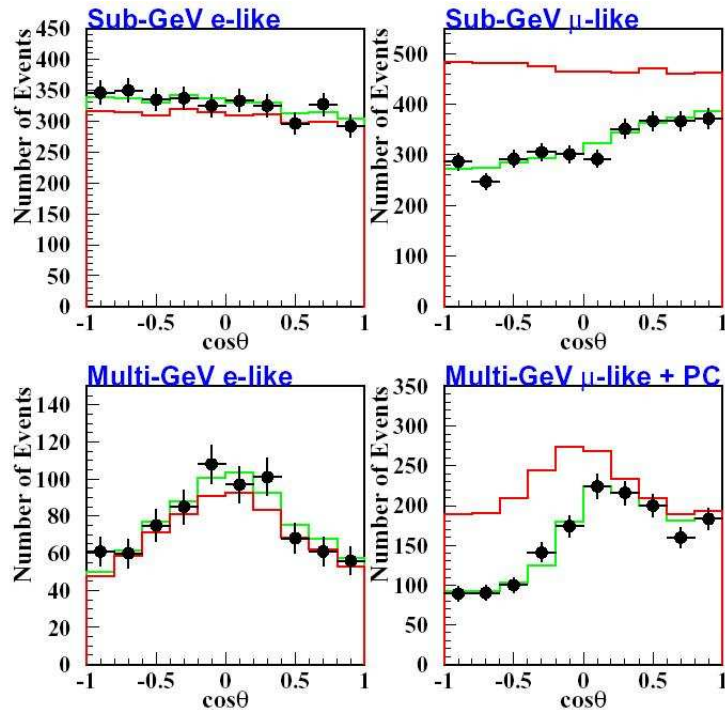


FIG. 6 – Distributions de l'angle zénithal pour des événements, observés à Super-Kamiokande, de type muonique et électronique à des énergie sub-GeV et multi-GeV. Une particule ascendante correspond à $\cos\theta = -1$ alors qu'une particule descendante correspond à $\cos\theta = 1$. La ligne rouge montre la prédictions MC dans le cas sans oscillation. La ligne verte montre le meilleur ajustement dans le cas avec oscillation $\nu_\mu \leftrightarrow \nu_\tau$.

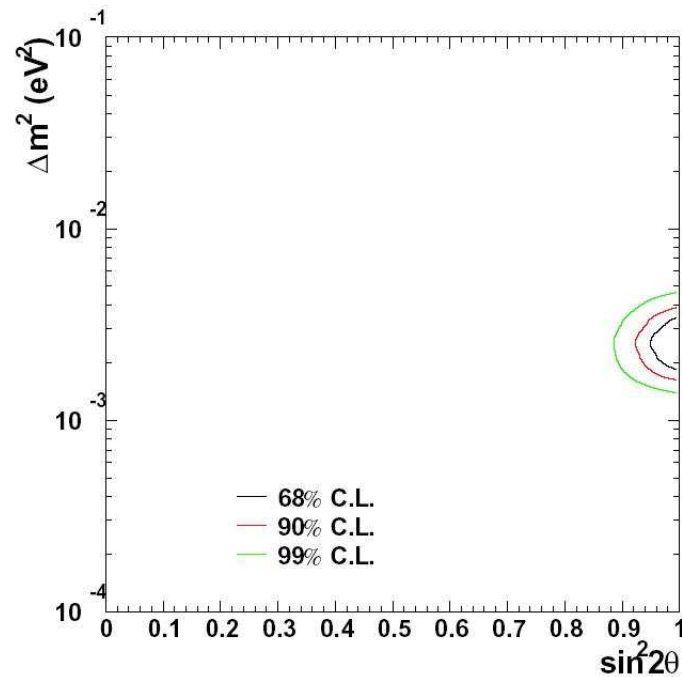


FIG. 7 – Régions définissant les valeurs admises des paramètres ($\sin^2 2\theta$, Δm^2) des oscillations $\nu_\mu \leftrightarrow \nu_\tau$. Les lignes noire, rouge et verte montrent respectivement les régions admises pour des niveaux de confiance de 68%, 90% et 99%.

3 L'expérience K2K

3.1 But de l'expérience

L'expérience K2K (KEK to Kamiokande) permet l'observation de l'oscillation des neutrinos à grande distance en utilisant un faisceau de neutrinos dont le spectre et la saveur sont bien définis.

Le faisceau de protons de 12 GeV provenant du synchrotron situé à KEK produit un faisceau de neutrinos qui est mesuré par le détecteur lointain de Super-Kamiokande (SK). Ce dernier se trouve à une distance de 250 km du lieu de production des neutrinos. La figure 8 montre une vue schématique de l'expérience.

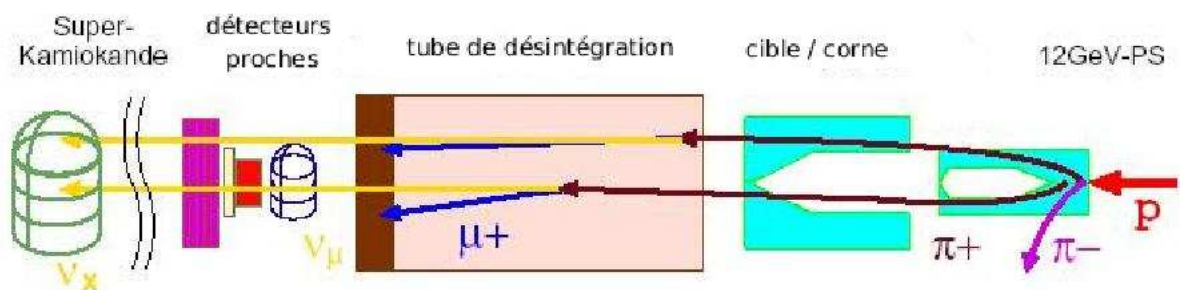


FIG. 8 – Vue d'ensemble de l'expérience k2K.

Le faisceau de neutrinos est produit par la désintégration du pion :

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu$$

Les pions sont produits au travers des interactions hadroniques entre les protons à haute énergie et la cible.

L'énergie moyenne du faisceau de neutrinos (1.3 GeV) ainsi que la distance de 250 km font que l'expérience K2K est sensible ⁵ à $\Delta m^2 \sim 10^{-3} eV^2$ pour de grands angles de mélange ($\theta = \pm\pi/2$), conformément aux prédictions émises lors des expériences de neutrinos atmosphériques [22].

Cette expérience démontre la disparition de $\nu_\mu \rightarrow \nu_x$. La signature de cette disparition est une distorsion du spectre d'énergie des neutrinos mesuré à SK après la propagation (voir figure 9). Il est donc crucial de prédire le spectre d'énergie absolu sur le détecteur lointain de manière aussi précise que possible.

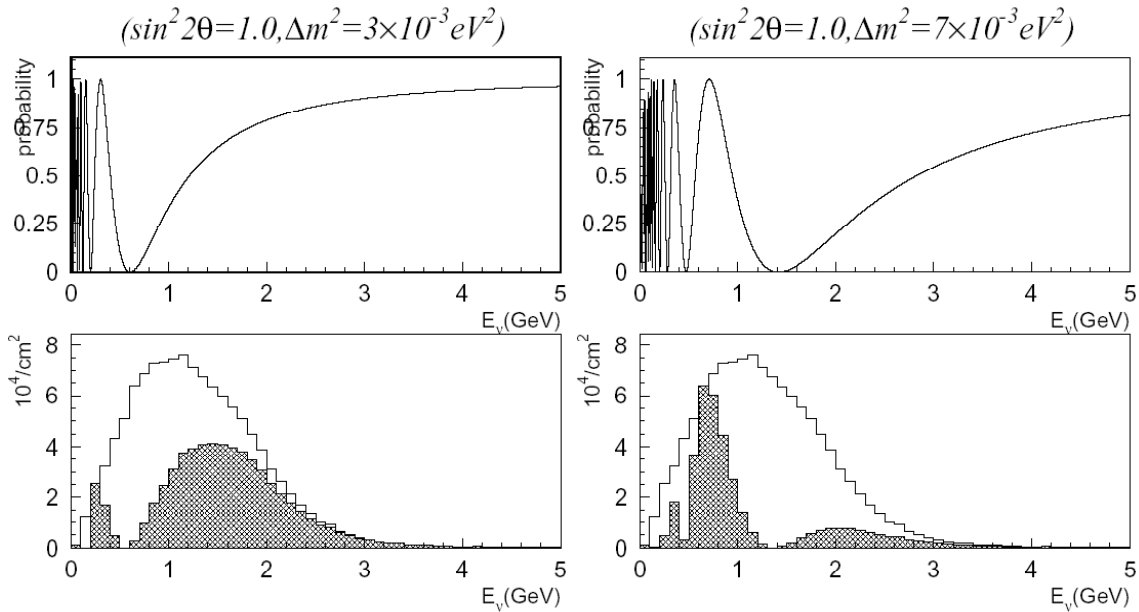


FIG. 9 – Distorsion du spectre des neutrinos à Super-Kamiokande pour deux paramètres typiques d'oscillation : $(\sin^2 2\theta, \Delta m^2) = (1.0, 3.0 \times 10^{-3} eV^2)$, à gauche, et $(1.0, 7.0 \times 10^{-3} eV^2)$, à droite. Les figures du haut montrent la probabilité d'oscillation du neutrino en fonction de l'énergie. Les figures du bas montrent le flux de neutrinos attendu sans oscillation (zone neutre) et avec oscillations (zone hachurée).

3.2 Dispositif expérimental

Le dispositif répond à l'exigence d'augmenter le flux de neutrinos vers l'avant en réduisant la dispersion des pions secondaires lors de leur production.

Le dispositif comprend deux cornes magnétiques qui focalisent efficacement les pions. La cible est construite à l'intérieur de la première corne. La deuxième corne se trouve 8 mètres en aval de la première. Les deux cornes sont alimentées par un courant pulsé.

⁵Voir l'équation (2.8).

L'intensité du champ magnétique B dans l'air, situé à une distance R du centre du faisceau est donnée par :

$$B = \frac{I}{5 \cdot R}$$

où I est le courant qui alimente la corne. Ce champ magnétique focalise les particules chargées positives vers l'avant et dévie les particules chargées négatives. Ainsi, seuls les pions positifs sont sélectionnés pour produire un faisceau de ν_μ presque pur.

Ce système composé des deux cornes permet d'augmenter le flux des neutrinos avec une énergie supérieure à 0.5 GeV par un facteur 22 par rapport au cas sans corne.

Les pions sont envoyés dans le tunnel de désintégration de 200 mètres de longueur dans lequel ils se désintègrent de manière efficace en neutrinos. Le tunnel est rempli d'hélium, réduisant ainsi l'absorption ou la création de pions.

Enfin, les particules chargées sont absorbées à la fin du tunnel par une plaque d'acier de 3.5 mètres d'épaisseur, ainsi qu'un bloc en béton de 2 mètres d'épaisseur. Une barrière de terre de 60 mètres sépare la fin du tunnel de désintégration du détecteur proche de telle manière que seuls les neutrinos puissent atteindre le détecteur.

Le détecteur Cherenkov à eau de 1 kilo-tonne, situé à 300 m de la cible (ND), mesure le flux absolu ainsi que le spectre d'énergie des neutrinos, juste après leur production. Cette information est utilisée pour prédire le flux de neutrinos sur le détecteur lointain, un Cherenkov à eau de 50 kilo-tonnes enfoui à 1000 mètres sous terre.

Le spectre des neutrinos mesuré sur le détecteur lointain est différent de celui mesuré sur le détecteur proche et cela, même sans oscillation. Cette caractéristique dépend de la source des neutrinos. Si les deux détecteurs perçoivent une source de neutrinos ponctuelle, les spectres d'énergie des neutrinos sont égaux. L'intensité est réduite selon la fonction $1/r^2$, où r est la distance entre la source et le détecteur. Ceci n'est valable que pour le détecteur lointain car le détecteur proche se trouve trop proche de la source des neutrinos (300 m).

Comme nous pouvons le voir de manière schématique sur la figure 10, le détecteur proche est sensible à la longueur et à la largeur du tube de désintégration. Ceci implique d'une part, que l'intensité n'est plus une simple fonction de r^2 , et d'autre part, que le pic maximal du spectre d'énergie des neutrinos au détecteur lointain est décalé vers des énergies plus élevées. Le détecteur lointain détecte des pions produits à petit angle et donc à plus grande énergie.

La prédiction du spectre d'énergie des neutrinos à SK, sans oscillation, est calculé à partir du spectre du ND, en multipliant celui-ci par un rapport *far to near*⁶ (F/N) qui est estimé avec l'aide d'une simulation MC. La simulation est basée sur l'environnement GEANT et contient une description détaillée des matériaux et des champs magnétiques dans la région de la cible et du tube de désintégration.

Les interactions entre les protons primaires et la cible en aluminium sont modélisées avec des paramètres issus des modèles de production de hadrons. Le faisceau simulé par le MC est vérifié *in situ* par les mesures de la distribution des pions, juste après leur production, à l'aide d'un détecteur Cherenkov à gaz (PIMON).

L'information donnée par le détecteur proche sur le nombre d'événements et sur le spectre d'énergie n'est pas suffisante pour prédire le flux à SK. Nous utilisons la simulation Monte-Carlo (MC) pour ce faire. Cependant, une incertitude demeure sur le modèle de production des pions au niveau de la cible, qui limite la capacité de la simulation dans cette tâche. Nous devons donc réduire ces incertitudes d'une autre manière. L'utilisation du PIMON solutionne le problème. Ce détecteur mesure la quantité de mouvement ainsi que les angles des pions dont l'énergie est supérieure à 2 GeV, avant leur entrée dans le tunnel de désintégration.

⁶rapport entre les flux de neutrinos mesurés sur les détecteurs proche et lointain.

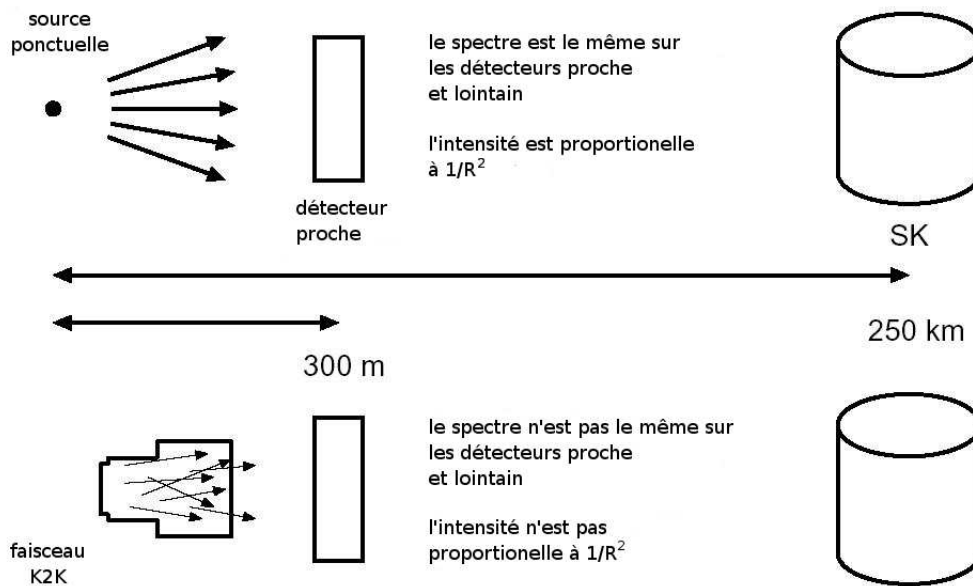


FIG. 10 – Vue schématique du faisceau de l'expérience K2K

4 L'expérience HARP

L'expérience HARP effectue des mesures de la section efficace de production hadronique sur la totalité de l'angle solide. A cet effet, elle utilise une grande variété de cibles fixes avec un faisceau de protons dont la quantité de mouvement varie entre 1.5 et 15 GeV. Le but de cette expérience est d'atteindre une précision d'environ 2%. Le détecteur utilisé était situé au CERN, à l'intérieur du faisceau PS. Il a mesuré plus de 420 millions d'événements durant les années 2001 et 2002.

La figure 11 montre de manière schématique le spectromètre de l'expérience. Ce dernier est divisé en deux régions distinctes : une région située à l'avant du détecteur, sensible à des angles polaires jusqu'à 250 mrad et une région située à l'arrière, sensible aux grands angles polaires.

Les buts principaux de HARP peuvent être résumés en trois points :

- Calculer le flux hadronique résultant du flux des neutrinos atmosphériques.
- Calculer les sections efficaces de production hadronique pour différentes cibles lourdes qui ont été choisies en vue du développement des futures expériences de neutrinos telles que *neutrino factory*.
- Mesurer le flux hadronique pour des dispositifs spécifiques basés sur les expériences K2K ou MiniBoone. Utiliser les sections efficaces résultantes comme *input* dans le calcul précis du flux de neutrinos dans ces mêmes expériences.

Ce dernier objectif est d'un grand intérêt pour notre travail. En effet, l'une des erreurs systématique principale de l'expérience K2K provient des incertitudes sur le rapport F/N. Ce rapport dépend de la section efficace différentielle de production, qui est mesurée par le PIMON pour des énergies supérieures à 1 GeV. Or, le pic d'oscillation des neutrinos est situé à une énergie $E_\nu \approx 0.55$ GeV. L'expérience HARP estime précisément la section efficace de production différentielle à ces énergies et réduit les erreurs systématiques de K2K.

La figure 12 montre la distribution (p, θ) des pions produisant des neutrinos dans le bin contenant le pic d'oscillation (0.5 - 0.75 GeV). L'espace de phase relevant est $1 < p < 8$ GeV et $\theta < 250$ mrad. Cet espace peut être complètement analysé par le dispositif situé à l'avant du

spectromètre HARP comme montré sur figure 12.

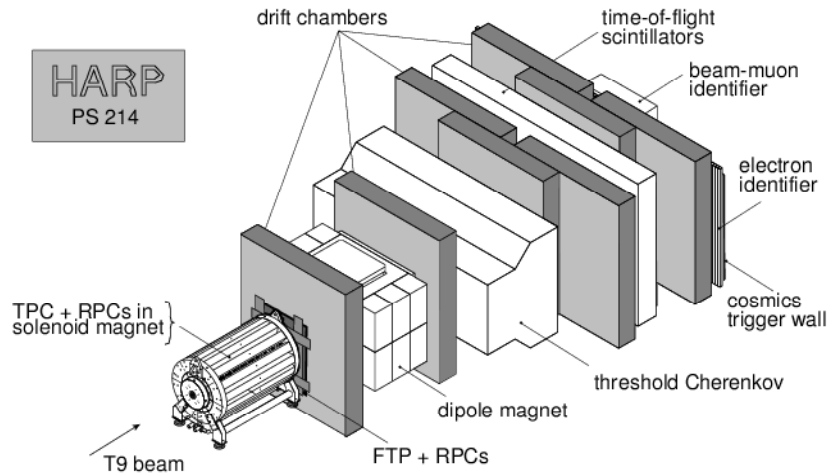


FIG. 11 – Description schématique du spectromètre HARP.

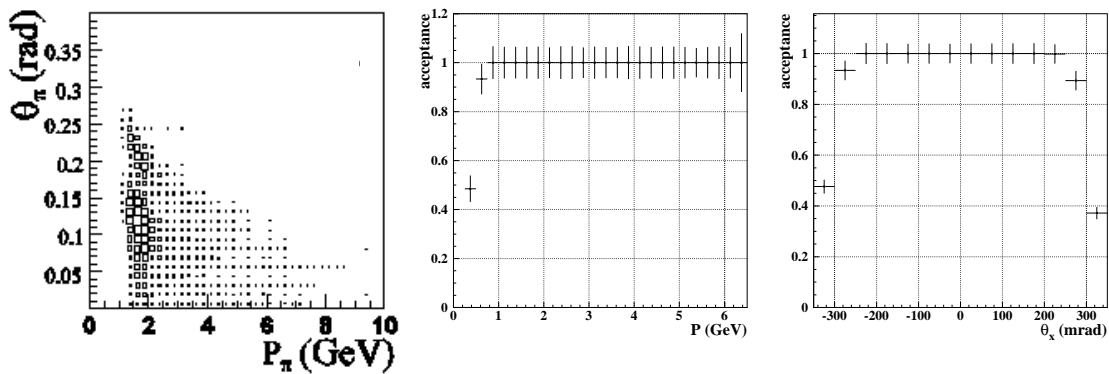


FIG. 12 – A gauche, la distribution (p, θ) pour les pions produisant des neutrinos dans le bin contenant le pic d'oscillation (0.5-0.75 GeV). Cette figure a été obtenue à l'aide d'une simulation complète de la production et des chaînes de désintégration des pions dans K2K. Au centre et à droite, les acceptations géométriques de l'aimant dipolaire de HARP pour des particules atteignant le premier module NDC (NDC1). Au centre, la dépendance en P pour des particules avec $|\theta_x| < 200$ mrad. A droite, la dépendance en θ_x pour des particules avec $P > 1$ GeV.

5 Reconstruction du spectre d'énergie

5.1 Généralités

Pour trouver le rapport F/N nous devons reconstruire le flux de neutrinos à SK. Ce flux est représenté à l'aide d'un histogramme divisé en bins d'énergie. Afin de construire ce flux, nous utilisons une méthode qui a l'avantage de calculer le flux des neutrinos sur le détecteur à partir de deux contributions indépendantes :

- La section efficace différentielle de production des pions.
- La propagation des pions à travers la corne, la désintégration des pions et le transport des neutrinos jusqu'au détecteur en présupposant que ceux-ci l'atteignent.

En d'autres mots, nous modélisons le processus de transport des neutrinos provenant de pions décrits par une section efficace différentielle de production vers un détecteur proche ou lointain.

Pour ce faire, nous accumulons d'une part les données relatives aux pions (angle et quantité de mouvement) dans un histogramme à deux dimensions σ_{ij} , et d'autre part, nous enregistrons des données dans un histogramme à 3 dimensions, ϕ_{ijk} contenant la quantité de mouvement du pion, son angle et l'énergie de son neutrino.

La formule de reconstruction est la suivante :

$$\Phi_k = \sum_{ij} \sigma_{ij} \phi_{ijk} \quad (5.1)$$

avec :

- $\sigma_{ij} = \sigma(\theta, p)$, la section efficace différentielle de production des pions pour le bin (θ, p) , c'est à dire la population relative d'événements dans ce bin.
- $\phi_{ijk} = \phi(p, \theta, E_\nu)$, la fonction de transport. Elle contient l'énergie du neutrino ainsi que la quantité de mouvement et l'angle de son parent. Cette fonction donne la probabilité qu'un pion produit avec un angle θ et une quantité de mouvement p engendre un neutrino avec énergie E_ν qui touche le détecteur proche ou lointain.

Nous obtenons alors le vecteur Φ dont les composantes sont les valeurs du flux pour différents intervalles d'énergie définis par l'index k .

Enfin, le rapport F/N est calculé selon la formule :

$$R_k = \frac{\Phi_k^{SK}}{\Phi_k^{ND}} \quad (5.2)$$

5.2 Fonction de transport, énergie et poids

La méthode de calcul de la fonction de transport dépend du détecteur sur lequel elle est utilisée. L'idée est de remplir une fonction qui, pour un pion donné, nous donne :

- La probabilité que son neutrino touche le détecteur (poids).
- L'énergie de ce neutrino sur le détecteur.

Comme expliqué dans la section 3.2, nous avons un grand nombre de neutrinos qui touchent le détecteur proche. Pour sélectionner ces neutrinos, nous extrapolons la trajectoire du neutrino, dès sa création, jusqu'à une distance en z qui correspond à la distance entre le vertex de désintégration du pion et le détecteur (voir figure 13). Nous vérifions alors que le neutrino atteigne le détecteur.

La formule d'extrapolation est la suivante :

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + S \cdot \mathbf{u}$$

où \mathbf{r}_0 est le vecteur position du vertex de désintégration du pion, \mathbf{r} le vecteur position extrapolé du neutrino au détecteur proche et \mathbf{u} le vecteur directeur unitaire donné par $\frac{\mathbf{p}}{|\mathbf{p}|}$. S est la longueur du chemin parcourue par les neutrinos depuis leur production jusqu'au détecteur. Cette longueur est donnée par :

$$S = \frac{\Delta z}{\cos \theta} = \frac{\Delta z}{u_z}$$

où Δz est la distance en z entre le vertex de désintégration et le détecteur proche.

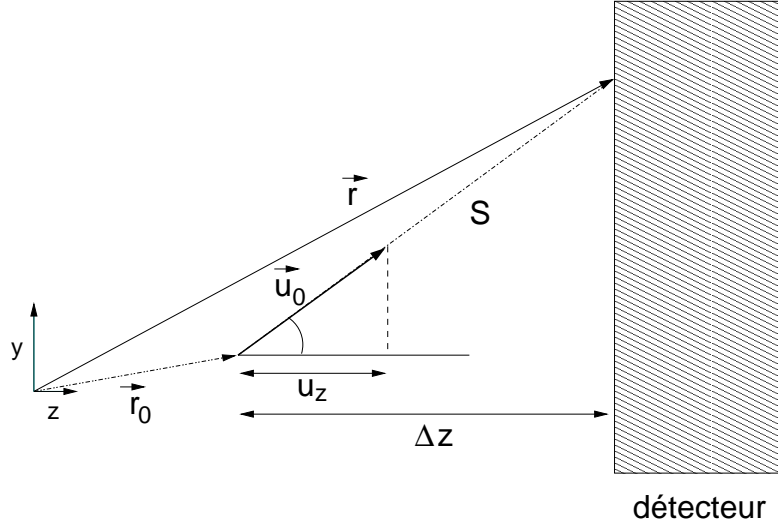


FIG. 13 – Méthode générale d'extrapolation d'une trajectoire.

Comme nous sélectionnons directement les neutrinos qui touchent le détecteur proche, nous complétons la fonction de transport sans introduire de poids (la probabilité que le neutrino touche le détecteur est 1).

Dans le cas du détecteur lointain, la situation est différente. Du point de vue de ce détecteur, la source de neutrinos est ponctuelle. Le nombre de neutrinos touchant le détecteur lointain est nettement inférieur à celui touchant le détecteur proche. Il serait inefficace de sélectionner parmi tous les neutrinos produits par la simulation MC, ceux qui touchent réellement le détecteur lointain.

Notre méthode consiste à calculer directement, pour chaque pion, la probabilité que son neutrino touche le détecteur lointain ainsi que l'énergie de ce neutrino sur ce détecteur. Cette méthode a l'avantage d'améliorer considérablement les statistiques par l'augmentation du nombre d'évènements contenus dans la fonction de transport.

Dans le cas d'une désintégration à deux corps dans le référentiel du centre de masse (CM), la probabilité que le neutrino touche le détecteur est donnée par :

$$P^{CM}(E_\nu^{CM}, \theta_\nu^{CM}) = \frac{dN}{dE_\nu^{CM} d \cos \theta_\nu^{CM}} \quad (5.3)$$

où nous avons négligé les facteurs globaux de normalisation.

Les pions de spin 0 produisent des neutrinos uniformément sur tout l'angle solide. L'énergie des neutrinos est fixée par la masse du pion. Par conséquent, la probabilité donnée par la formule (5.3) est constante⁷.

Nous voulons évaluer cette probabilité dans le référentiel du laboratoire (LAB) :

$$\begin{aligned} P^{LAB}(E_\nu^{LAB}, \theta_\nu^{LAB}) &= \frac{dN}{dE_\nu^{LAB} d \cos \theta_\nu^{LAB}} \\ &= J \cdot \frac{dN}{dE_\nu^{CM} d \cos \theta_\nu^{CM}} \end{aligned} \quad (5.4)$$

où J est le jacobien de la transformation du référentiel CM au LAB. Pour un boost de Lorentz général, le calcul du Jacobien peut devenir très complexe. Cependant, si nous considérons un

⁷Dans ce cas précis, la probabilité vaut $\frac{A}{4\pi R^2}$ où R est la distance entre le vertex de création du neutrino et le détecteur, et A l'aire du détecteur.

boost le long de l'axe z, le Jacobien se simplifie considérablement et nous trouvons les relations suivantes :

$$\begin{aligned} E_\nu^{CM} \cos \theta_\nu^{CM} &= \gamma (E_\nu^{LAB} \cos \theta_\nu^{LAB} - \beta E_\nu^{LAB}) \\ E_\nu^{CM} &= \gamma (E_\nu^{LAB} - \beta \cos \theta_\nu^{LAB} E_\nu^{LAB}) \end{aligned} \quad (5.5)$$

Le jacobien est donné par :

$$J = \det \begin{pmatrix} \frac{dE_\nu^{CM}}{dE_\nu^{LAB}} & \frac{dE_\nu^{CM}}{d \cos \theta_\nu^{LAB}} \\ \frac{d \cos \theta_\nu^{CM}}{dE_\nu^{LAB}} & \frac{d \cos \theta_\nu^{CM}}{d \cos \theta_\nu^{LAB}} \end{pmatrix} = \frac{1}{\gamma(1 - \beta \cos \theta_\nu^{LAB})} \quad (5.6)$$

La probabilité d'émission d'un neutrino, pour une direction fixée par θ_ν^{LAB} , devient :

$$P^{LAB}(E_\nu^{LAB}, \theta_\nu^{LAB}) = J(E_\nu^{LAB}, \theta_\nu^{LAB}) \cdot P^{CM} \quad (5.7)$$

Il reste encore à intégrer cette équation par rapport à l'énergie. Nous trouvons finalement :

$$P^{LAB}(\theta_\nu^{LAB}) = \frac{1}{(\gamma(1 - \beta \cos \theta_\nu^{LAB}))^2} \cdot P^{CM} \quad (5.8)$$

Nous complétons la fonction de transport pour le détecteur lointain en pondérant chaque bin par le terme $P^{LAB}(\theta_\nu^{LAB})$ de l'équation (5.8).

L'angle avec lequel nous évaluons ce poids doit être tel que le neutrino touche le détecteur lointain. Dans le cas d'une source de neutrinos ponctuelle, le neutrino doit être créé avec un angle tel que son déplacement s'effectue en direction du détecteur. Dans ce cas précis, l'angle entre le neutrino et le pion est le même que celui entre le pion et l'axe z lors de sa désintégration (voir figure 14).

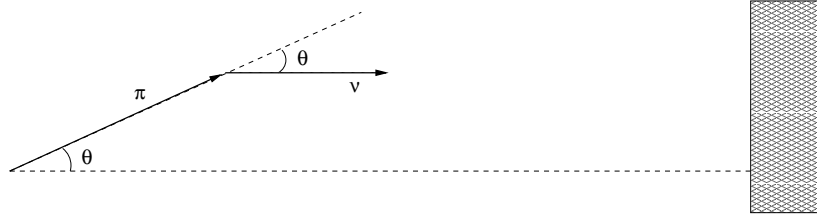


FIG. 14 – Condition sur l'angle du neutrino.

L'énergie du neutrino dans le référentiel du LAB est fixée pour un angle polaire donné :

$$\begin{aligned} E_\nu^{LAB} &= \frac{E_\nu^{CM}}{\gamma(1 - \beta \cos \theta_\nu^{LAB})} = \frac{m_\pi^2 - m_\mu^2}{2m_\pi} \cdot \frac{1}{\gamma(1 - \beta \cos \theta_\nu^{LAB})} \\ &\simeq \frac{30}{\gamma(1 - \beta \cos \theta_\nu^{LAB})} [MeV] \end{aligned} \quad (5.9)$$

L'énergie du neutrino sur le détecteur est obtenue à l'aide de l'équation (5.9).

Nous normalisons la fonction de transport en divisant chaque bin de celle-ci par la population relative du bin correspondant de la section efficace différentielle de production :

$$\phi_{ijk} = \frac{N_{ijk}}{N_{ij}} \quad (5.10)$$

où N_{ijk} est le nombre de neutrinos dans le bin d'énergie k produit par les pion situés dans le bin (i, j) de (p_π, θ_π) . N_{ij} est le nombre de pions situés dans le bin (i, j) de (p_π, θ_π) .

De cette manière, la fonction de transport devient indépendante de la distribution en (p, θ) des pions. Par conséquent, elle ne dépend pas du modèle de production des hadrons choisi.

Nous construisons donc une fonction de transport qui dépend uniquement de la cinématique de désintégration et de la géométrie.

5.3 Calcul d'erreur sur le flux d'énergie

Nous supposons que la performance des détecteurs soit telle qu'il n'y ait pas de migration d'un bin à l'autre dans la section efficace différentielle de production⁸. Pour cela, la mesure des valeurs p et θ ne doit pas être biaisée et le binning de la section efficace doit être optimisé pour que la grandeur de chaque bin soit largement supérieure à la résolution du bin en question.

Un bin de la section efficace (p_π, θ_π) est donné par :

$$\sigma_k = \frac{1}{\epsilon_k} M_{kl} N_l \quad (5.11)$$

où ϵ_k est l'efficacité totale tenant compte de l'acceptance géométrique ainsi que de l'efficacité de reconstruction, M_{kl} est la matrice de migration qui, de manière générale, n'est pas diagonale et N_l est le nombre de pions dans le bin considéré.

Les erreurs diagonales du flux de neutrinos sont représentées par la formule générale :

$$(\delta\Phi_k)^2 = \sum_{m,n} \frac{\partial\Phi_k}{\partial\sigma_m} \frac{\partial\Phi_k}{\partial\sigma_n} \text{cov}(\sigma_m, \sigma_n) + \dots \quad (5.12)$$

où les points de suspension remplacent les termes correspondants aux erreurs sur la fonction de transport.

Sans migration, la matrice M_{kl} est réduite à la matrice identité ce qui implique que la matrice $\text{cov}(\sigma_m, \sigma_n)$ soit diagonale.

Dans ce cas, les erreurs sur le flux de neutrinos reconstruit avec l'équation (5.1) sont calculées avec la formule suivante :

$$(\delta\Phi_k)^2 = \sum_{ij} \left[(\delta\phi_{ijk} \sigma_{ij})^2 + (\phi_{ijk} \delta\sigma_{ij})^2 \right] \quad (5.13)$$

où $\delta\sigma_{ij}$ est donné par la racine du nombre d'événements contenus dans le bin (i, j) et $\delta\phi_{ijk}$ est l'erreur sur la fonction de transport pour un bin (i, j, k) . Cette dernière est calculée avec la fonction de transport non normalisée.

Nous pouvons construire la fonction ϕ_{ijk} avec un nombre infini d'événements. Les erreurs qui apparaissent dans cette fonction sont négligables par rapport aux erreurs de la section efficace.

La formule (5.13) devient :

$$(\delta\Phi_k)^2 = \sum_{ij} (\phi_{ijk} \delta\sigma_{ij})^2 \quad (5.14)$$

L'erreur sur le rapport de deux flux, Φ^A/Φ^B , est donnée par la formule :

$$\delta \left(\frac{\Phi^A}{\Phi^B} \right)^2 = \left(\frac{\Phi^A}{\Phi^B} \right)^2 \cdot \left[\left(\frac{\delta\Phi^A}{\Phi^A} \right)^2 + \left(\frac{\delta\Phi^B}{\Phi^B} \right)^2 \right] \quad (5.15)$$

où $\Phi_{norm}^{A(B)} = \frac{\Phi^{A(B)}}{N_{tot}^{A(B)}}$ est le flux normalisé par le nombre total d'événements et $\delta\Phi^{A(B)}$ est calculé, bin par bin, avec la formule (5.14). Nous négligeons les erreurs sur $N_{tot}^{A(B)}$.

⁸Voir [15] pour une dérivation complète du calcul d'erreur sans hypothèse simplificatrice.

5.4 Résultats

L'analyse des données générées par la simulation MC Geant4, développée par le groupe neutrinos de l'université de Valence [26], permet de calculer le flux de neutrinos sur les détecteurs proche et lointain. Cette simulation reproduit précisément les conditions propres à l'expérience K2K (modèle de production de hadrons, géométrie de la cible, caractéristiques des cornes magnétiques, etc.).

La figure 15 montre les comparaisons entre les différentes caractéristiques principales des particules générées par les simulations G3 et G4. La figure 16 démontre l'effet des cornes sur les particules primaires pour chaque simulation. Nous remarquons que chaque simulation utilise un modèle de production de hadrons différent.

Dans ce travail, toutes les sections efficaces différentielles de production et fonctions de transports ont été construites à partir de la simulation Geant4.

Comme nous l'avons souligné à la section 5.2, nous devons normaliser la fonction de transport afin qu'elle devienne indépendante du modèle de production de hadrons. De cette manière nous pouvons construire différents flux de neutrinos à partir de différentes sections efficaces de production avec la même fonction de transport.

Notre analyse démontre la consistance d'une telle méthode de reconstruction. Pour ce faire, nous comparons deux types de flux de neutrinos :

- le *flux réel* reconstruit directement avec l'aide du poids sans utiliser la fonction de transport.
- le flux reconstruit à l'aide de la fonction de transport selon la formule (5.1).

La figure 17 démontre la validité de la méthode de reconstruction sur chaque détecteur.

L'effet statistique qui dépend intrinsèquement des méthodes de sélection exposées à la section 5.2 diminue les erreurs sur le détecteur lointain par rapport au détecteur proche.

La figure 18 montre les rapports F/N construits à l'aide des deux méthodes citées ci-dessus ainsi que le rapport des rapport F/N (double rapport). Le double rapport est compatible avec 1 et confirme ainsi la validité de la méthode de reconstruction. Plusieurs bins de ce double rapport se trouvent en dehors des fluctuations statistiques.

Deux sources d'erreurs peuvent provoquer ce phénomène :

- La sous-estimation des erreurs dans le calcul des flux. L'augmentation des statistiques peut confirmer ou non cette sous-estimation et la prise en compte de l'erreur sur la fonction de transport peut remédier à ce problème.
- L'effet de la non-punctualité de la cible sur le flux des neutrinos. La compatibilité du double rapport avec 1 rend cet effet minime. Nous analysons cet effet dans la section suivante.

6 Etude de l'effet de la distribution des particules primaires le long de la cible

6.1 Problématique

La cible de l'expérience K2K mesure 60 cm. La position en z du vertex de production des pions a une influence directe sur le calcul de reconstruction du spectre d'énergie des neutrinos et donc sur le rapport F/N.

Afin de mesurer de manière quantitative une telle influence, nous avons divisé la cible en plusieurs bins et construit une section efficace différentielle de production ainsi qu'une fonction de transport pour chacun de ces bins. Pour étudier la dépendance en z du rapport F/N, nous avons reconstruit le flux des neutrinos, ce qui nous permet d'observer précisément la contribution des pions de chaque bin en z au rapport F/N.

La figure 19 nous montre le nombre de pions quittant la cible en fonction de la position z . Nous constatons que plus de la moitié des pions quittent la cible à la fin de celle-ci.

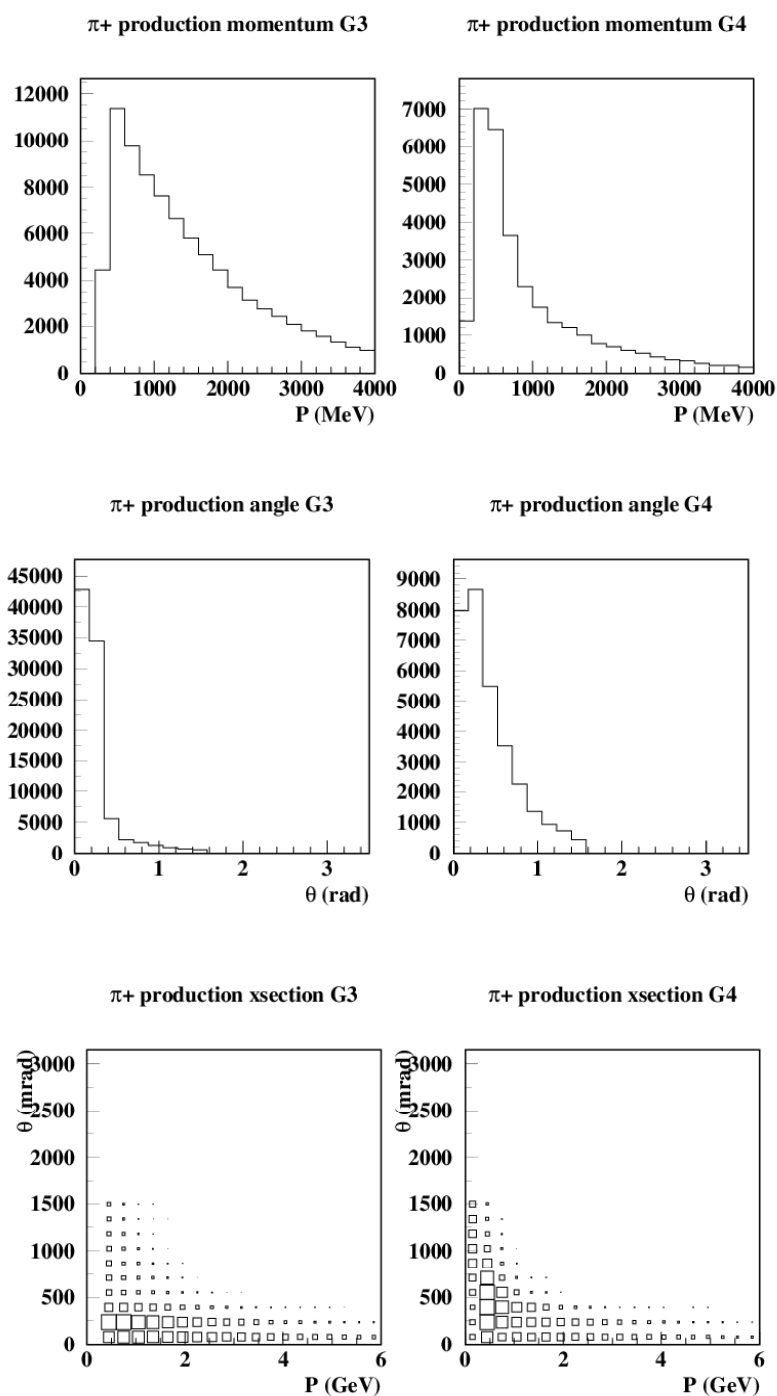


FIG. 15 – Comparaisons entre les différentes caractéristiques principales des simulations G3 et G4 pour l'expérience K2K.

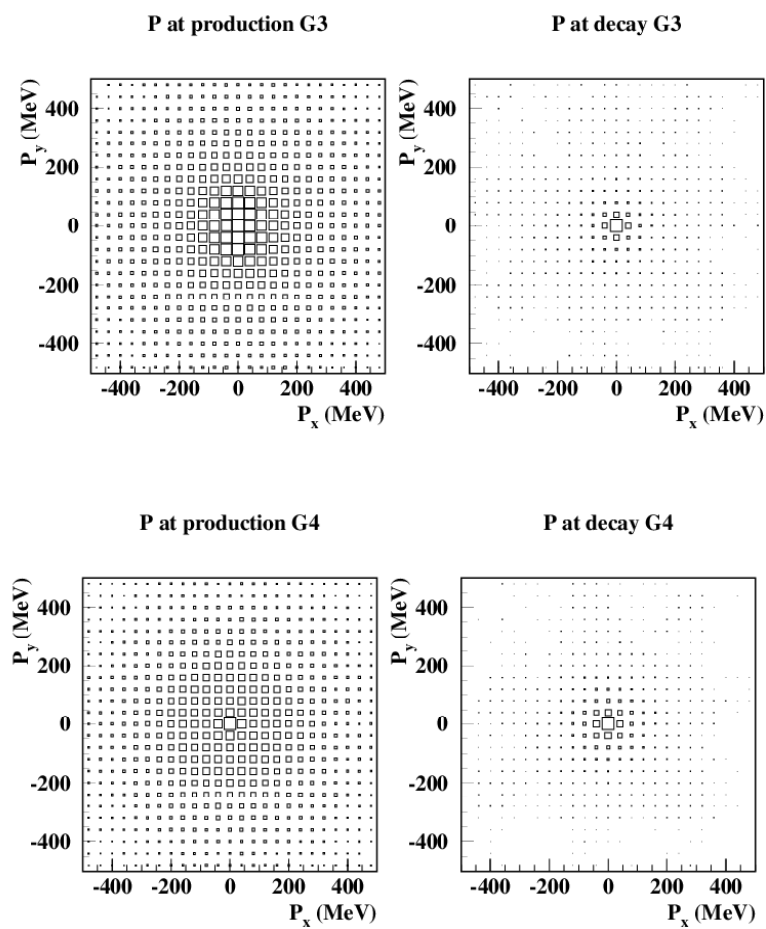


FIG. 16 – Effets des cornes magnétiques sur les particules primaires pour simulations G3 et G4 de l'expérience K2K.

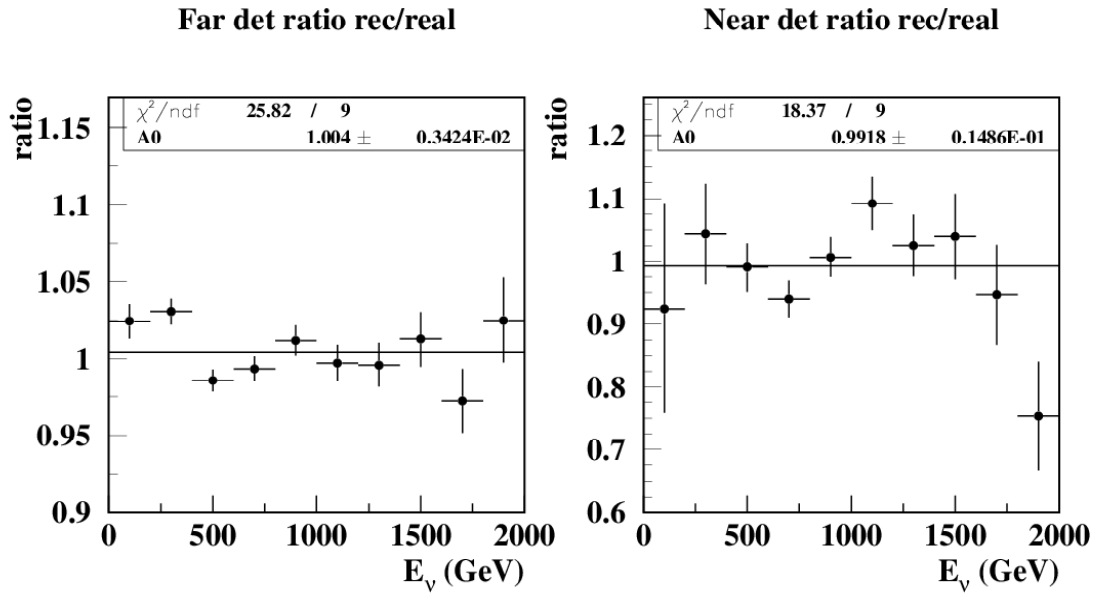


FIG. 17 – A gauche, rapport entre le flux reconstruit à l’aide de la fonction de transport et le flux réel sur le détecteur lointain. A droite, rapport entre le flux reconstruit à l’aide de la fonction de transport et le flux réel sur le détecteur proche.

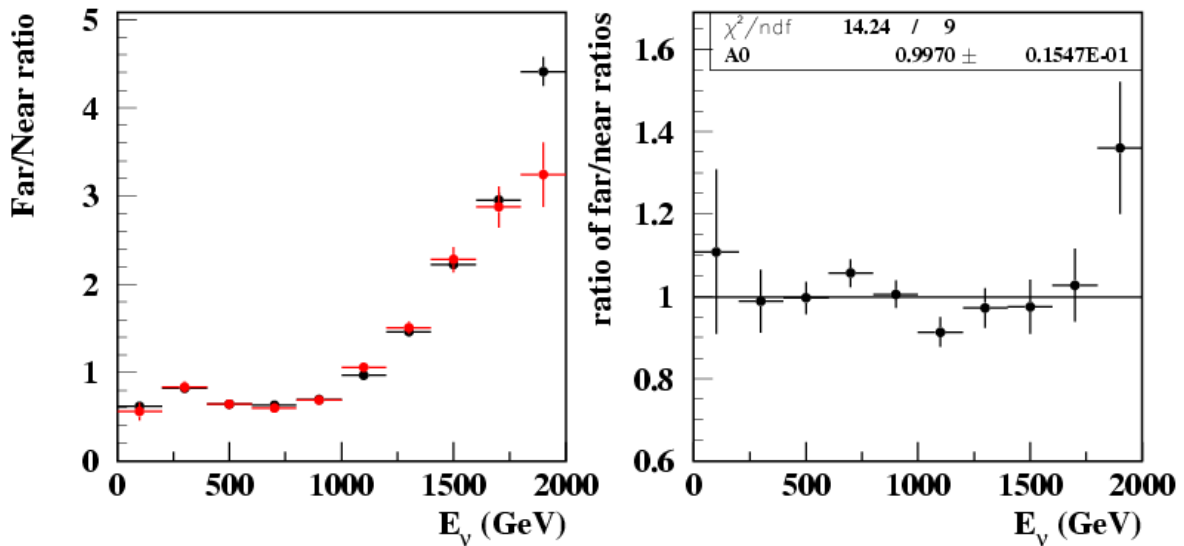


FIG. 18 – A gauche, rapport F/N construit à l’aide de la fonction de transport (noir) et rapport F/N des flux réels (rouge). A droite, rapport des rapports F/N.

La méthode de reconstruction du spectre d'énergie des neutrinos, pour un bin z de la cible, diffère de la méthode générale utilisée dans la section 5.1. Nous utilisons la formule suivante :

$$\Phi_k^z = \sum_{ij} (\phi_{ijk}^z \sigma_{ij}^z) \cdot W_z \quad (6.1)$$

où W_z est le rapport N_z/N_{tot} , avec N_z le nombre de pions dans le bin z et N_{tot} le nombre total de pions quittant la cible.

A l'aide de cette formule, nous calculons un bin d'énergie, pondéré par la population relative des pions dans le bin z analysé.

La pondération du flux de neutrinos par le facteur W_z nous permet de valider la comparaison entre les flux dépendants de la position z des pions dans la cible et le flux indépendant de cette position.

Nous ignorons les erreurs sur le facteur W_z car ce dernier est précisément calculé avec la simulation MC. L'introduction du facteur W_z dans l'équation (5.1) n'influence pas notre méthode de calcul d'erreur. Les erreurs contenues dans Φ_k^z sont calculées selon la méthode exposée dans la section 5.3.

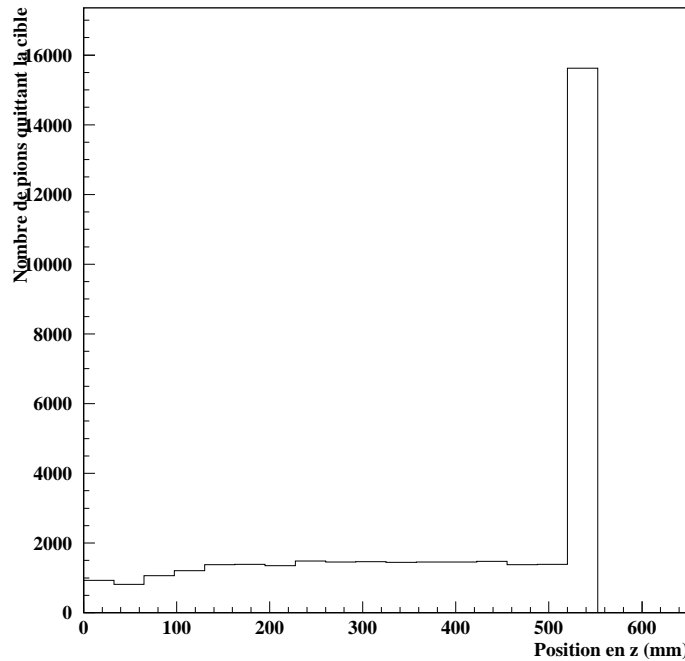


FIG. 19 – Nombre de pions quittant la cible K2K en fonction de la position z .

6.2 Résultats

La figure 20 représente les rapport F/N pour chaque bin en z .

Le rapport F/N tenant compte de la dépendance en z des particules primaires dans la cible est calculé à l'aide de la formule :

$$\frac{\sum_z W_z \Phi_z^{SK}}{\sum_z W_z \Phi_z^{ND}} \quad (6.2)$$

où $\Phi_z^{Far(Near)}$ est le flux total sur le détecteur lointain (proche) pour un bin en z donné.

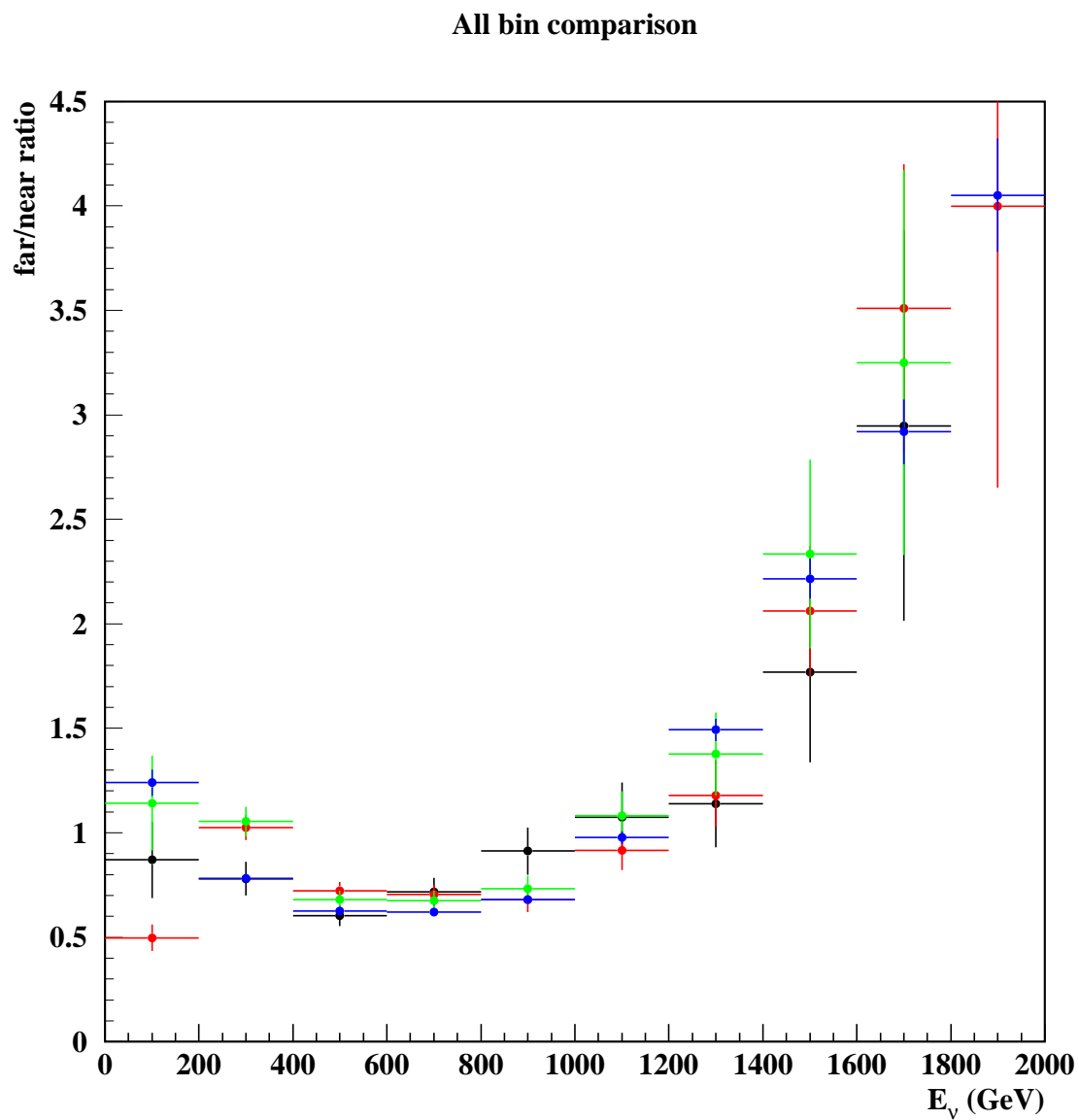


FIG. 20 – Superposition des rapports F/N issus de l'étude de la distribution en z des primaires dans la cible. La cible est divisée en 4 bins : 0-170 [mm] en noir, 170-340 en rouge, 340-510 en vert et 510-600 en bleu.

Idéalement nous aimerions :

$$\frac{\sum_z W_z \Phi_z^{SK}}{\sum_z W_z \Phi_z^{ND}} \stackrel{!}{=} \frac{\Phi^{SK}}{\Phi^{ND}} \quad (6.3)$$

où $\Phi^{Far(Near)}$ est le flux reconstruit avec l'équation (5.1).

L'effet de la dépendance en z sur le rapport F/N est minime car une grande partie des événements analysés se trouvent dans le dernier bin de la figure 19.

L'insuffisance de nos statistiques ne nous permet pas de conclure sur la nullité de l'effet de cette dépendance sur le double rapport de la figure 18 (à droite).

Actuellement nous ignorons le paramètre z lors du calcul des fonction de transport. Cependant la vérification de l'équation (6.3) nous permettra d'éliminer ou au contraire de confirmer l'utilisation de ce paramètre.

7 Conclusions

L'objectif initial de ce travail de diplôme a été partiellement modifié.

La section efficace différentielle de production de l'expérience HARP n'est pas disponible. Ces données sont en cours de finalisation et ne seront probablement pas accessibles avant la fin de l'année 2004. Il est donc impossible de reconstruire le flux de neutrinos à l'aide du bin de la section efficace différentielle de production contenant le pic d'oscillation.

Les résultats obtenus avec la méthode exposée dans ce travail sont satisfaisants. Cette méthode a l'énorme avantage de pouvoir reconstruire des flux de neutrinos à partir de sections efficaces dont les propriétés de production sont indépendantes de celles de la fonction de transport. Nous pourrions, par exemple, envisager d'utiliser une distribution de pions qui couvre tout l'espace de phase, générée sans l'aide d'un modèle de production de hadrons.

Dans le futur, les sections efficaces différentielles de production utilisées pour construire les rapports F/N dans cette analyse seront remplacées par celles de l'expérience HARP.

Il resterait plusieurs études à effectuer pour conclure de manière définitive sur la validité de notre méthode de reconstruction.

Par exemple, il serait intéressant de reconstruire des flux de neutrinos à partir de fonctions de transport et de sections efficaces de production obtenues avec différents modèles de production.

Il serait utile également de découpler la fonction de transport en deux sous-fonctions :

- Une fonction T qui tienne compte du transport entre les points de production et de désintégration. Celle-ci contiendrait toutes les informations relatives à la géométrie et aux effets des cornes.
- Une fonction ϕ , qui tienne compte du transport entre les points de désintégration et de détection. Celle-ci contiendrait uniquement les données relatives au transport des neutrinos.

Dans ce cas, la formule de reconstruction du spectre (5.1) deviendrait :

$$E_k^\nu = \sum_{ijj'} \sigma_{ij'} T_{j'j} \phi_{ijk} \quad (7.1)$$

avec $T_{j'j} = T(\theta_{\text{production}}, \theta_{\text{désintégration}})$ une fonction qui, pour un angle de production (θ), donnerait la probabilité que l'angle de désintégration soit θ' .

Le calcul d'erreur sur la fonction de transport se trouverait ainsi facilité.

Références

- [1] PARTICULE DATA GROUP, <http://pdg.lbl.gov/>
- [2] F. BOEHM, P. VOGEL, *Physics of massive neutrinos*, 2ème édition, Cambridge University Press, Cambridge, 1991.
- [3] H. BETHE, C.I. PEIERLS, *Nature*, **133** (1934), 532.
- [4] F. REINES, C.L. COWAN, *Phys.Rev.* **90** (1953) 492.
- [5] Z. MAKI et al., *Prog. Theor. Phys.*, **28** (1962), 870.
- [6] B. PONTECORVO, *Sov. Phys. JETP*, **6** (1958), 429.
- [7] T.D. LEE, C.N. YANG, *Phys. Rev.*, **104** (1956), 254.
- [8] C.S. WU et al., *Phys. Rev.*, **105** (1957), 1413.
- [9] S.L. GLASHOW, *Nucl. Phys.*, **22** (1961), 579.
- [10] A. SALAM, J.C. WARD, *Phys. Lett.*, **13** (1964), 168.
- [11] S. WEINBERG, *Phys. Rev. Lett.*, **19** (1967), 1264.
- [12] B. PONTECORVO, *JETP*, **33** (1957), 549 ; *JETP*, **34** (1958), 247 ; *Zh. Eksp. Teor. Fiz.*, **53** (1967), 1717.
- [13] R. BERGLMANN, H. PIETSCHMANN, *Phys. Rev.*, **D 15** (1977), 683 ; J. ELLIS et al., *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.*, **32** (1982), 443.
- [14] C. CASO et al., Particle Data Group, *Eur. Phys. J.*, **C 3** (1998), 1.
- [15] T. KOBAYASHI, *J. Phys. G : Nucl. Part. Phys*, **29** (2003), 1911-1914.
- [16] M. C. GONZALES-GARCIA, Y. NIR, hep-ph/0202058 v3, 2003.
- [17] Y. FUKUDA et al., *Phys. Lett.*, **B335** (1994), 237.
- [18] J. N. BAHCAL, P. I. KRASSTEV, A. Y. SMIRNOV, *Phys. Rev.*, **D58** (1998), 096016.
- [19] R. J. DAVIS, D. S. HARMER, K. C. HOFFMAN, *Phys. Rev. Lett.*, **20** (1968), 125.
- [20] W. HAMPEL *et al.* [GALLEX collaboration], *Phys. Lett.*, **B447** (1999), 127.
- [21] J. N. ABDURASHITOV *et al.* [SARGE collaboration], *Phys. Rev. Lett.*, **83** (1999), 4686.
- [22] T. KAJITA *et al.* [SUPERKAMIOKANDE collaboration], *Nucl. Phys. Proc. Suppl.*, **77** (1999), 123.
- [23] Q. R. AHMAD *et al.* [SNO collaboration], *Phys. Rev. Lett.*, **87** (2001), 071301.
- [24] R. BECKER-SZENDY *et al.* [IMB collaboration], *Phys. Rev.*, **D46** (1992), 3720.
- [25] W. W. M. ALLISON *et al.*, *Phys. Lett.*, **B449** (1999), 137.
- [26] IFIC, Neutrino group, <http://evalu29.ific.uv.es/>