RAPPEL MATHÉMATIQUE

PGC-00

POURQUOI?

Les mathématiques sont un outil essentiel du physicien. Les mathématiques permettent de modéliser de manière prédictive le comportement du monde physique qui nous entoure.

Les mathématiques sont à la physique ce que le solfège est à la musique.

φύση

φυσική

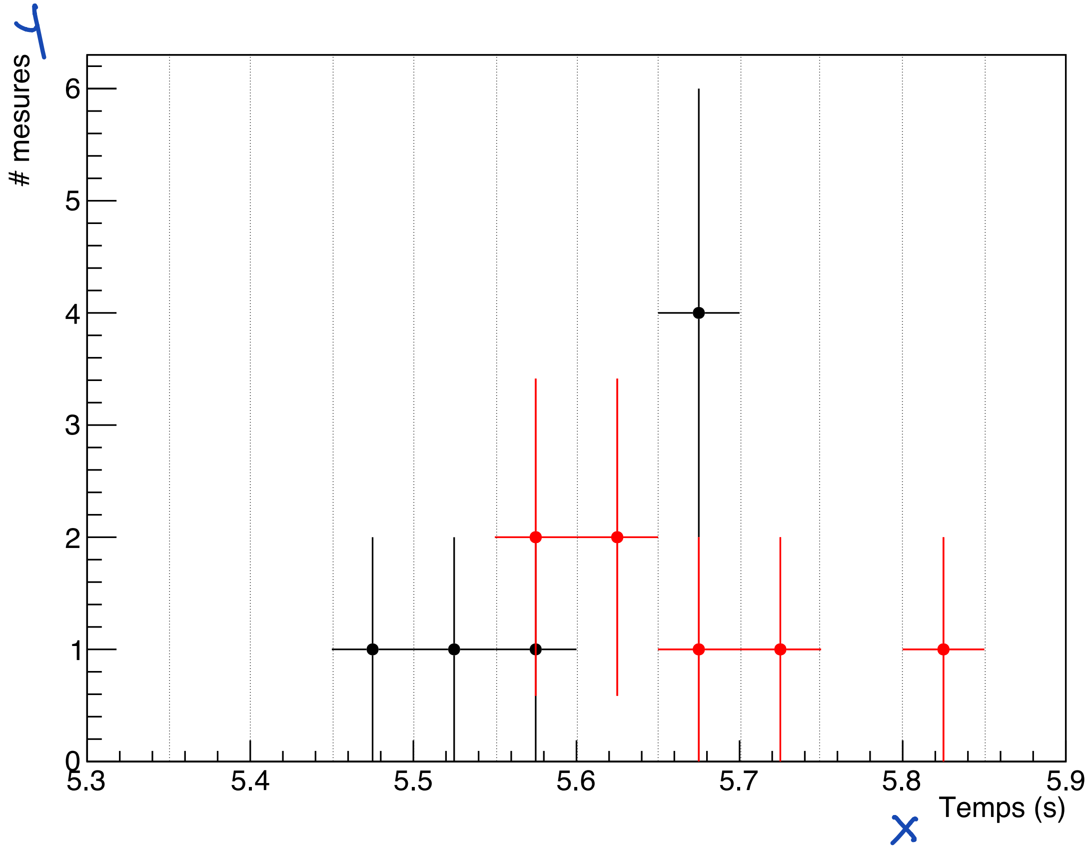
NOTATIONS

e.g.	**par exemple**	***exempli gratia***
i.e.	**c’est-à-dire, en d’autres mots**	***id est***
c.f.	**voir, consulter**	***confer***
$\equiv$	**défini comme étant égal à**	

généralement nous utilisons la notation du monde scientifique avec un point pour les décimales

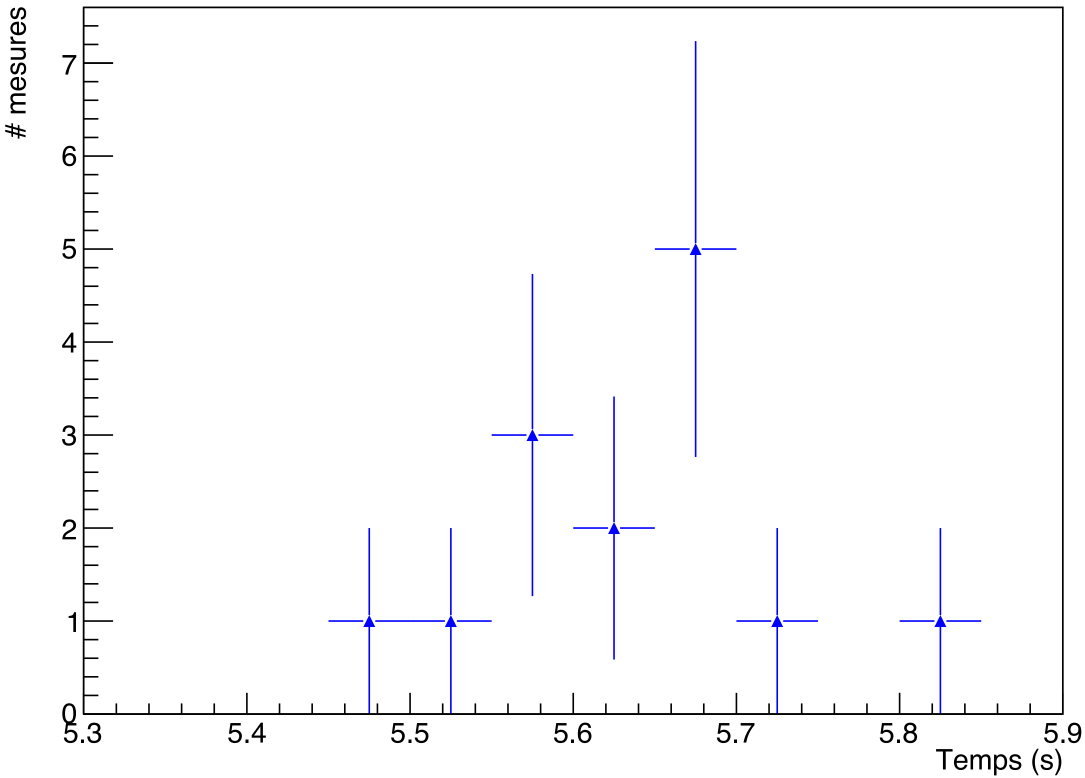
$115 = 1.15\ 10^2$ (plutôt que 1,15 qui est la notation francophone habituelle)

... MÉSURER LE TEMPS!

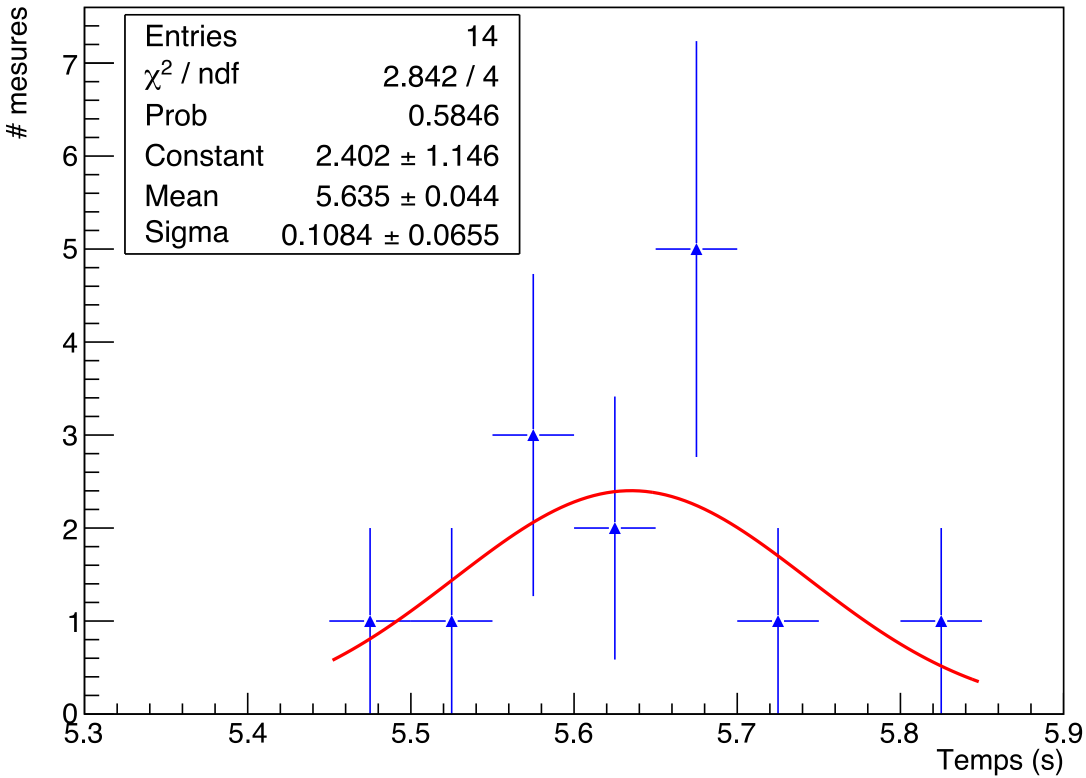


Éxp. 1 Temps (s)	**Éxp. 2 Temps (s)**
5.67	5.59
5.67	5.83
5.57	5.60
5.51	5.62
5.66	5.70
5.46	5.61
5.65	5.68

… MÉSURER LE TEMPS!



... MÉSURER LE TEMPS!



FRACTIONS

$$\frac{a}{b}$$

$$(a/b)\cdot c$$

mettre parenthèses
pas de doute!

x

$$\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{a.c}{b.d}$$

+, -

$$\frac{a}{b}+\frac{c}{d}\ \overset{!}{\neq}\ \frac{a+c}{b+d}$$

$$\frac{a}{b}\cdot 1+\frac{c}{d}\cdot 1=\frac{a}{b}\cdot\frac{d}{d}+\frac{c}{d}\cdot\frac{b}{b}$$

$$=\frac{a\cdot d+c\cdot b}{d\cdot b}$$

%

$$\frac{\left(\frac{a}{b}\right)}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b}\cdot\frac{d}{c} = \frac{a\cdot d}{bc}$$

$$\frac{8}{1/4} \overset{?}{=} 8\cdot\frac{4}{1} = 32.$$

32 !

2 ?

PUISSANCES

$C = 300.000.000\ m/s$

$\Rightarrow 3 \times 10^{8}\ m/S$

$d = 0.000.000.000.1\,m$

$\Rightarrow 1 \times 10^{-10}\ m$

$\Rightarrow 1$ Angstrom

$$
\begin{aligned}
10^0 &= 1 \\
10^1 &= 10 \qquad & 10^{-1} &= 0.1 \\
10^2 &= 100 \qquad & 10^{-2} &= 0.01 \\
10^3 &= 1000 \qquad & 10^{-3} &= 0.001 \\
10^4 &= 10000 \qquad & 10^{-4} &= 0.0001 \\
10^5 &= 100000 \qquad & 10^{-5} &= 0.00001
\end{aligned}
$$

$$10^{m} \times 10^{n} = 10^{m+n}$$

$$\frac{10^{n}}{10^{m}} = 10^{n-m}$$

$$10^{n} + 10^{m} \neq 10^{m+n}$$

PUISSANCES ET PREFIXES

Facteur	Nom	Symbole	Facteur	Nom	Symbole
10^{24}	yotta	Y	10^{-24}	yocto	y
10^{21}	zetta	Z	10^{-21}	zepto	z
10^{18}	exa	E	10^{-18}	atto	a
10^{15}	peta	P	10^{-15}	femto	f
10^{12}	tera	T	10^{-12}	pico	p
10^{9}	giga	G	10^{-9}	nano	n
10^{6}	mega	M	10^{-6}	micro	μ
10^{3}	kilo	k	10^{-3}	milli	m
10^{2}	hecto	h	10^{-2}	centi	c
10^{1}	deka	d	10^{-1}	deci	d

km $= 10^3$ m

GByte $= 10^9$ Byte

1 PByte $= 10^{15}$ Byte

ml $= 10^{-3}$ l

QUELQUES IDENTITÉS

Factorisation

$$ax + bx + cx = (a+b+c)x$$

Identités

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$$

$$\underbrace{(a+b)^2} \neq \underbrace{a^2 + b^2}$$

Équation quadratique

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

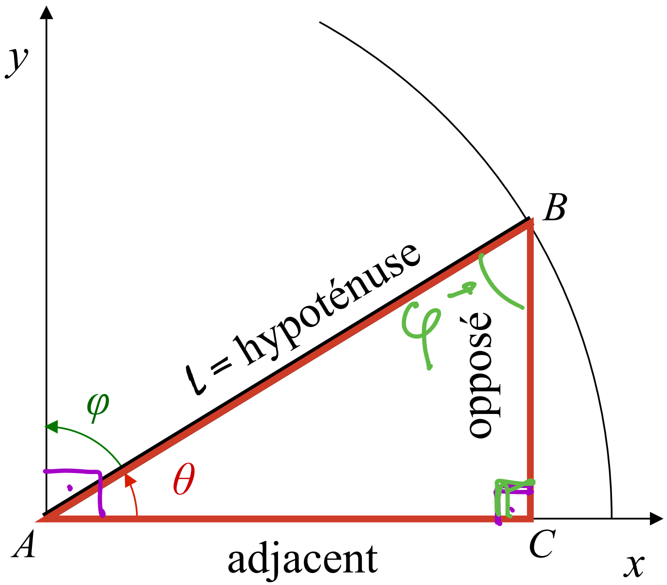
TRIGONOMÉTRIE

$$\boxed{\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1}$$

$$\sin\theta = \frac{opp}{hypo} = \cos\phi$$

$$\cos\theta = \frac{adj}{hypo} = \sin\phi$$

$$\tan\theta = \frac{opp}{adj}$$



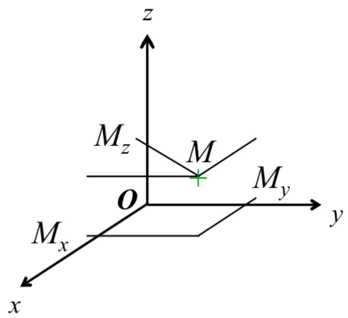
$$\varphi + \theta = 90°$$

$$\sin\theta = \cos\phi$$

$$\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta$$

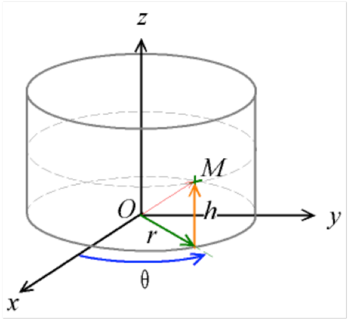
RÉFÉRENTIELS

Cartésien



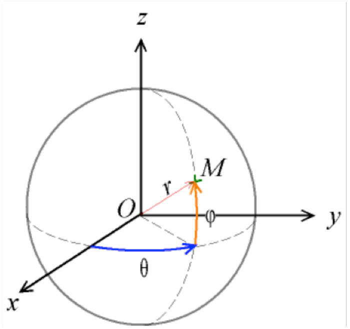
$$x = M_x$$
$$y = M_y$$
$$z = M_z$$

Cylindrique



$$x = r\cos\theta$$
$$y = r\sin\theta$$
$$z = h$$

Sphérique



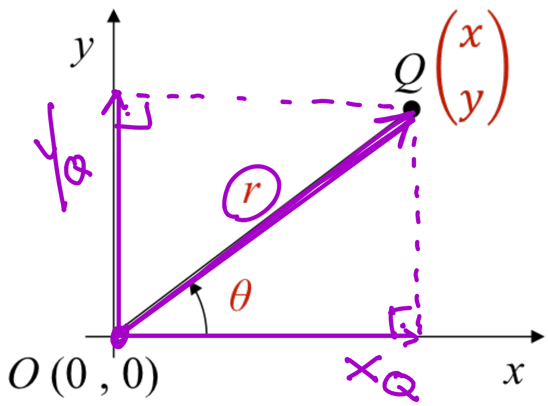
$$x = r\cos\phi\cos\theta$$
$$y = r\cos\phi\sin\theta$$
$$z = r\sin\phi$$

RÉFÉRENTIEL CARTÉSIEN

$$x_Q = r \cdot \cos\theta$$

$$y_Q = r \cdot \sin\theta$$

$$r = |\vec{Q}| = \sqrt{x_Q^2 + y_Q^2}$$



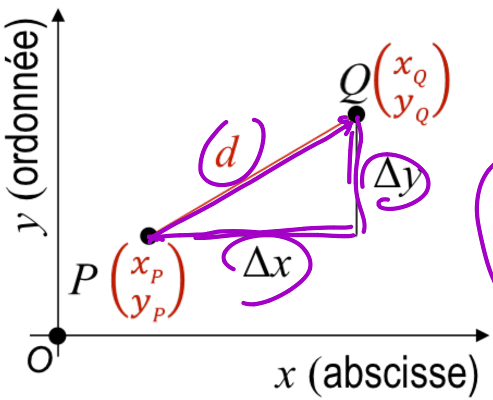
RÉFÉRENTIEL ET VECTEURS

$$\vec{OP} = \begin{pmatrix} x_P \\ y_P \end{pmatrix}$$

$$\vec{OQ} = \begin{pmatrix} x_Q \\ y_Q \end{pmatrix}$$

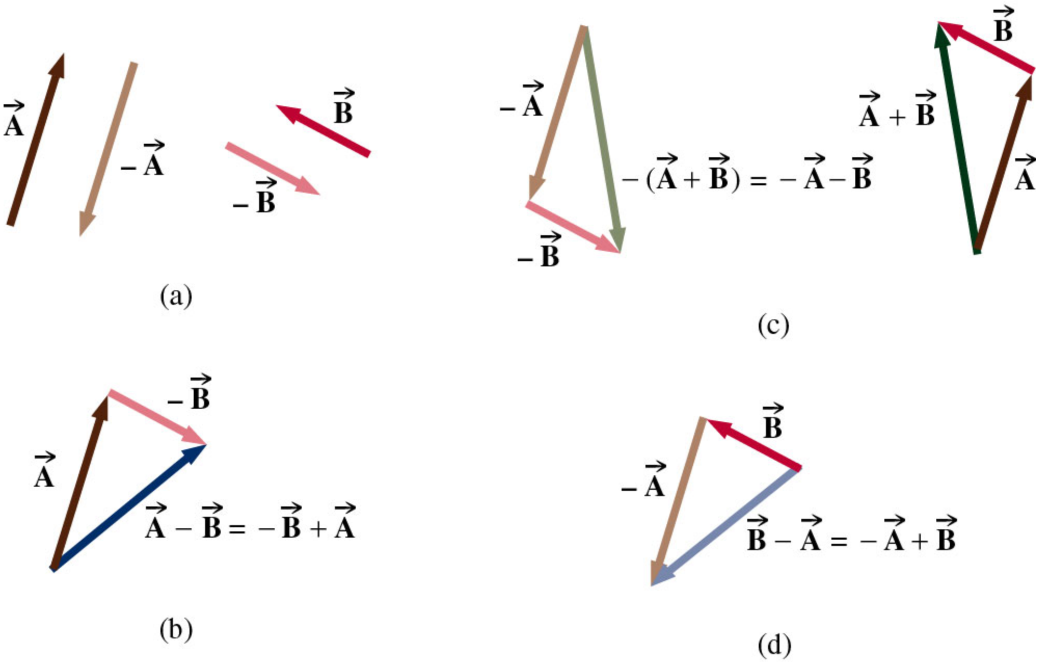
$$\left.\begin{aligned} d &= \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2} \\ \Delta x &= x_Q - x_P \\ \Delta y &= y_Q - y_P \end{aligned}\right\} \Rightarrow d = \sqrt{(x_Q - x_P)^2 + (y_Q - y_P)^2}$$

$$\vec{PQ} = \vec{OQ} - \vec{OP} = \begin{pmatrix} x_Q \\ y_Q \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} x_P \\ y_P \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_Q - x_P \\ y_Q - y_P \end{pmatrix}$$



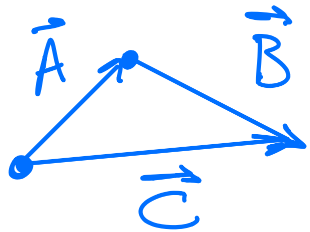
$$|\vec{PQ}| = \sqrt{(x_Q - x_P)^2 + (y_Q - y_P)^2}$$

OPERATIONS VECTORIELLES

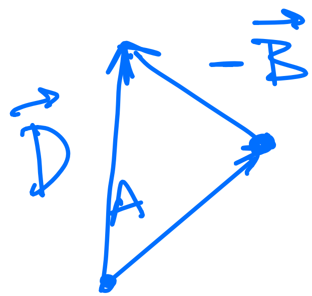


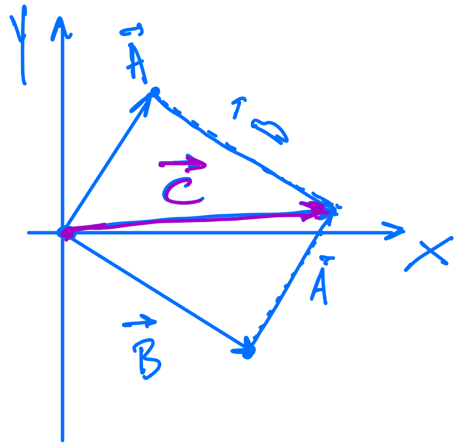
+, - ET COMPOSANTES

$$\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$$



$$\vec{D} = \vec{A} - \vec{B}$$
$$= \vec{A} + (-\vec{B})$$

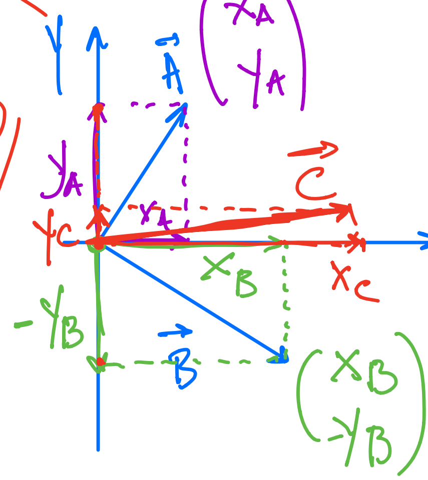




$$\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$$

graphiquement facile!

faire des calculs ☺



$$\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$$

$$\vec{C} = \begin{pmatrix} x_A \\ y_A \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x_B \\ -y_B \end{pmatrix}$$

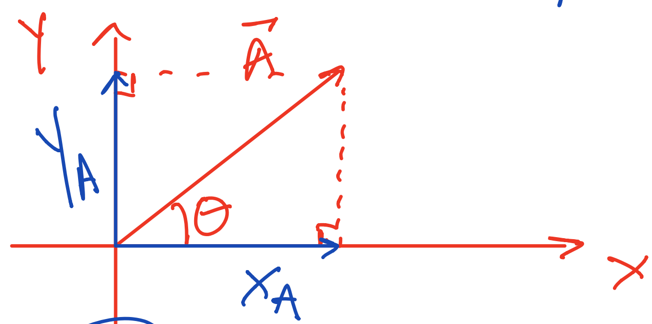
$$= \begin{pmatrix} x_A + x_B \\ y_A - y_B \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} x_C \\ y_C \end{pmatrix}$$

$$x_C = x_A + x_B$$

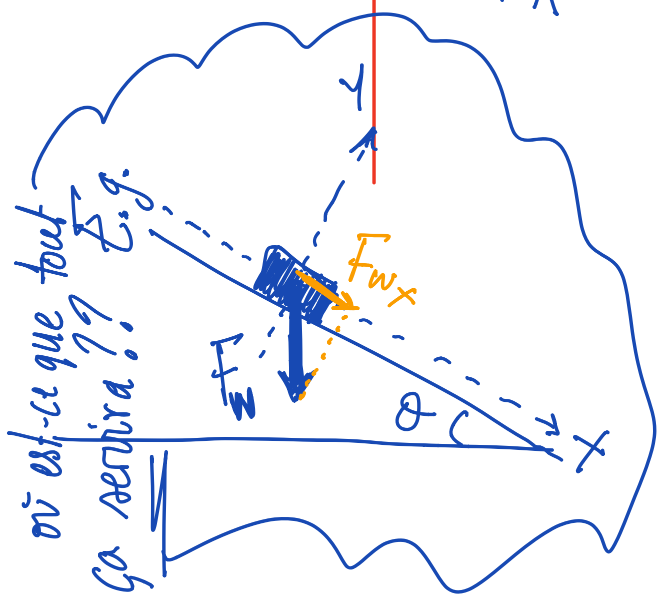
$$y_C = y_A - y_B$$

Comment trouver x_A et y_A ??



$$x_A = |\vec{A}| \cos\theta$$

$$y_A = |\vec{A}| \sin\theta$$



$$\vec{A} = \vec{X_A} + \vec{Y_A}$$

ou parfois

$$\vec{A} = x_A \hat{\imath} + y_A \hat{\jmath}$$

vecteurs unitaires

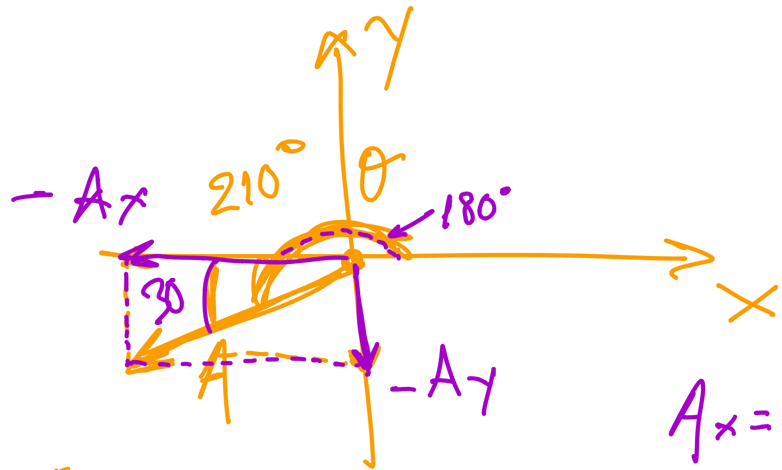
$$\vec{C} = a\vec{A} + \beta\vec{B}$$

$$= a\begin{pmatrix} x_A \\ y_A \end{pmatrix} + \beta\begin{pmatrix} x_B \\ y_B \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} a x_A + \beta x_B \\ a y_A + \beta y_B \end{pmatrix}$$

COMPOSANTES

Trouver les composantes *x* et *y* d'un vecteur déplacement de 25 m à une angle de 210° par rapport à l'horizontale.



Données:

$|\vec{A}| = 25\,m$

$\theta = 210°$

$A_x = A\cos 30°$

$A_y = A\sin 30°$

PRODUIT $\boxed{\text{SCALAIRE}}$

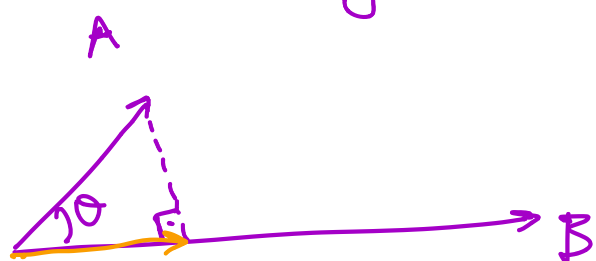
$$\vec{A} = \begin{pmatrix} x_A \\ y_A \end{pmatrix}$$

$$\vec{B} = \begin{pmatrix} x_B \\ y_B \end{pmatrix}$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = x_A x_B + y_A y_B$$

$$= |A| \cdot |B| \cdot \cos\theta$$

θ : angle $\vec{A}, \vec{B}$



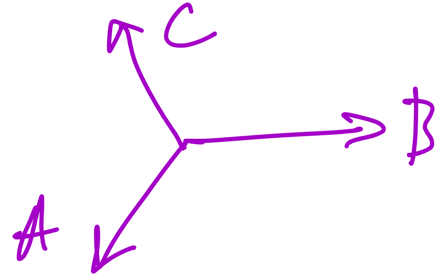
$A \cos\theta$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = |A||B| \cdot \cos\theta$$

Min ?

Max ?

PRODUIT VECTORIEL



$$\vec{A} = \begin{pmatrix} x_A \\ y_A \\ z_A \end{pmatrix}$$

$$\vec{B} = \begin{pmatrix} x_B \\ y_B \\ z_B \end{pmatrix}$$

$$\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B}$$

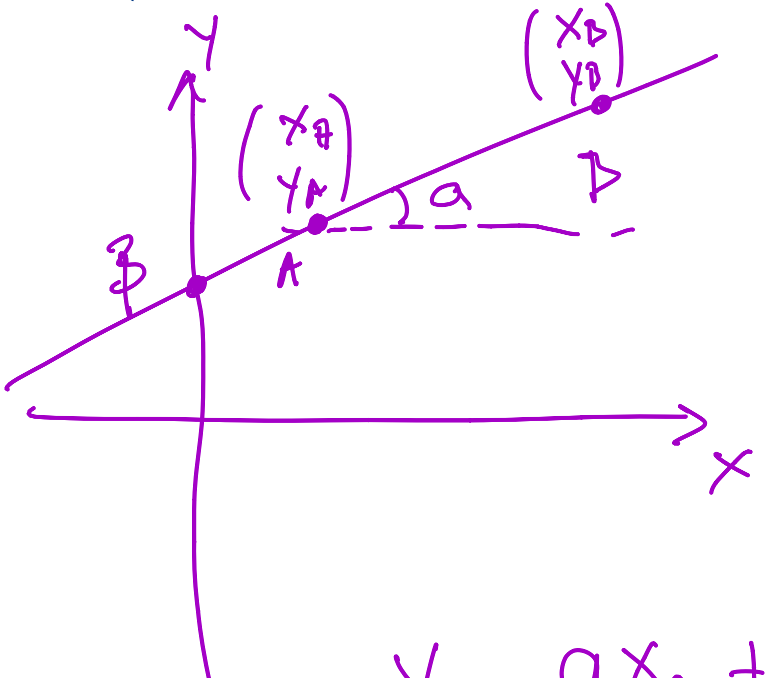
$$\vec{C} = \begin{pmatrix} x_C \\ y_C \\ z_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_A \\ y_A \\ z_A \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} x_B \\ y_B \\ z_B \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} y_A z_B - z_A y_B \\ -(x_A z_B - z_A x_B) \\ x_A y_B - y_A x_B \end{pmatrix}$$

$$|\vec{A} \times \vec{B}| = |\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \cdot \sin\theta$$

Direction donnée par règle de main droite !

EQUATION LINÉAIRE



$$y = a \cdot x + \beta$$

$$\boxed{a = \frac{\Delta y}{\Delta x}}$$

$$\left.\begin{aligned} y_A &= a x_A + \beta \\ y_B &= a x_B + \beta \end{aligned}\right\} \Rightarrow \Delta y = a \Delta x$$

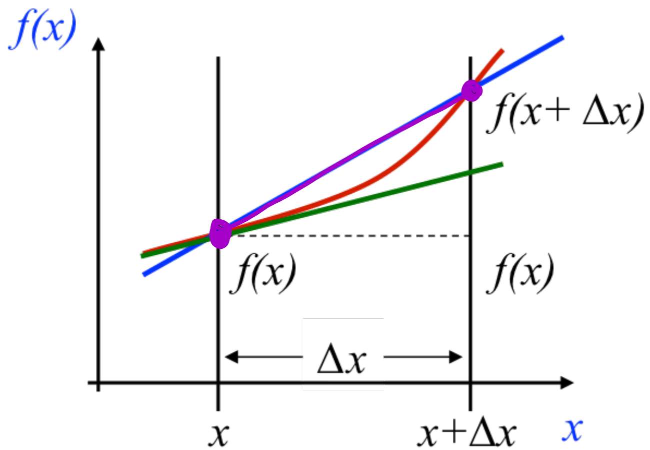
DÉRIVÉE

Δx

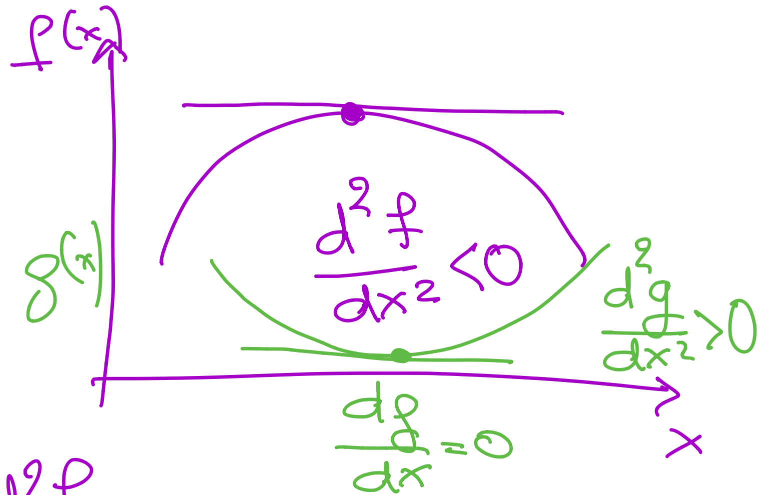
$$\frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x} = \frac{\Delta f(x)}{\Delta x} \Rightarrow \text{pente}$$

$$\frac{\Delta x \to 0}{\text{definition}}$$

$$\frac{df(x)}{dx} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$



$$\frac{df}{dx} = 0$$



$$\frac{d}{dx}\left(\frac{df}{dx}\right) = \frac{d^2f}{dx^2}$$